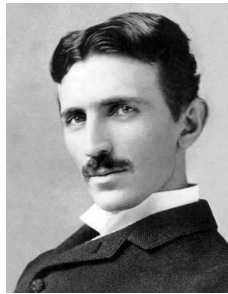


Bachelor-Thesis

Modellierung und Implementierung einer drahtlosen Energieübertragung mit Hilfe induktiver resonanter Kopplung

Julius Klose

Studiengang:	Elektrotechnik / Informationstechnik
Semester:	Wintersemester 2017/2018 — 7. Fachsemester
Betreuer:	Prof. Dr. rer. nat. Werner Schröder
Zweiter Betreuer:	Dipl.-Ing. (FH) Stefan Staiger
Bearbeitungszeitraum:	September 2017 - Februar 2018



**„If you want to find the secrets of the universe,
think in terms of energy, frequency and vibration.“**

- Nikola Tesla

Kurzfassung

Die vorliegende Bachelor-Thesis befasst sich mit der Thematik, eine drahtlose Energieübertragung mit Hilfe induktiv resonanter Kopplung zu simulieren und aufzubauen. Durch die in den letzten Jahren immer größer werdende Elektromobilität steigt auch das Interesse an einem drahtlosen Transfer von elektrischem Strom. Doch auch in kleineren Leistungsbereichen ist ein drahtloses Aufladen, wie z.B. bei Laptops und Handys, ein angesagtes Thema. Mit Hilfe von zwei resonanten Schwingkreisen wird ein Austausch an Energie zwischen Sender- und Empfängerschwingkreis demonstriert. Die Grundlagen der magnetischen Induktion wie auch die Grundlagen von elektrischen Schwingkreisen sind hierfür essentiell und werden in dem ersten Kapitel aufgegriffen. Durch das Aufstellen eines mathematischen Modells, im zweiten Kapitel, wird das Prinzip der magnetischen Kopplung und das Phänomen der Frequenzspaltung von gekoppelten Systemen ausführlich behandelt und aufgestellt. Spider-Web Spulen, welche schon in niedrigen Frequenzbereichen hohe Güten aufweisen können, werden für den folgenden Aufbau verwendet. In den darauf folgenden Kapiteln wird das über das Magnetfeld gekoppelte System ausführlich untersucht. Das System erzielt eine Leistungsübertragung von 20 W über 30 cm mit einer Effizienz von ungefähr 52 %. Des Weiteren konnte der Punkt der kritischen Kopplung, durch eine Verminderung der ohmschen Last im Sendeschwingkreis, auf 50 cm gelegt werden.

Abstract

This bachelor thesis deals with the simulation and implementation of a wireless energy transfer through magnetic resonance. Due to the ever increasing electric mobility the interest in a wireless transfer of electric power increases as well. However, even in smaller power ranges, wireless charging for laptops and smartphones is currently a hot topic. An exchange of energy between transmitter and receiver is demonstrated with the help of two resonant oscillating circuits. The basics of magnetic induction as well as the fundamentals of electrical oscillators are essential for understanding a transfer through magnetic resonance and are described in the first chapter. The second chapter presents a mathematical model of the principle of magnetic coupling and the phenomenon of frequency splitting. Spider-Web coils are known for their high Q-factor in lower frequency ranges and shall be used for the following setup. In the following chapters, the system is extensively studied and achieves a power transfer of 20 W with approximately 52 % efficiency over distances of 30 cm. Furthermore it was possible to optimize the distance to 50 cm with a reduction of the ohmic load in the receiver circuit.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich eidesstattlich, dass die vorliegende Bachelor-Thesis von mir selbstständig und ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt worden ist, insbesondere, dass ich alle Stellen, die wörtlich oder annähernd wörtlich oder dem Gedanken nach aus Veröffentlichungen, unveröffentlichten Unterlagen und Gesprächen entnommen worden sind, als solche an den entsprechenden Stellen innerhalb der Arbeit durch Zitate kenntlich gemacht habe, wobei in den Zitaten jeweils der Umfang der entnommenen Originalzitate kenntlich gemacht wurde. Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Versicherung rechtliche Folgen haben wird.

Datum, Ort

Unterschrift

Diese Bachelor-Thesis ist urheberrechtlich geschützt, unbeschadet dessen wird folgenden Rechtsübertragungen zugestimmt:

- Übertragung des Rechts zur Vervielfältigung der Bachelor- Thesis für Lehrzwecke an der Hochschule Offenburg (§ 16 UrhG),
- der Übertragung des Vortrags-, Aufführungs- und Vorführungsrechts für Lehrzwecke durch Professoren der Hochschule Offenburg (§ 19 UrhG),
- der Übertragung des Rechts auf Wiedergabe durch Bild- oder Tonträger an die Hochschule Offenburg (§21 UrhG).

Vorwort

Die vorliegende Bachelor-Thesis mit dem Titel „Modellierung und Implementierung einer drahtlosen Energieübertragung mit Hilfe induktiver resonanter Kopplung“ wurde am Institute for Unmanned Aerial Systems (IUAS) der Hochschule Offenburg bearbeitet und angefertigt.

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen und mich bei allen bedanken die mich während meiner Bachelorarbeit unterstützt haben und zu der Fertigstellung dieser Arbeit beigetragen haben. Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. rer. nat Werner Schröder und Herrn Dipl.-Ing (FH) Stefan Staiger für die Gelegenheit diese Arbeit im Institut absolvieren zu können und der fachlichen Unterstützung während der Arbeit. Des Weiteren bedanke ich mich bei Dipl.-Ing. (FH) Ralf Hilterhaus M.Sc. und Andreas Huber M.Eng. für die Bereitstellung verschiedenster Messgeräte. Zugleich möchte ich mich auch bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken die mich während der Bachelorarbeit unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VIII
Tabellenverzeichnis	X
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Aufgabenstellung	2
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Induktionsgesetz	3
2.1.1 Selbstinduktion	5
2.1.2 Induktivität	5
2.1.3 Magnetische Kopplung von Spulen und Gegeninduktion	6
2.2 Resonante Schwingkreise	7
2.2.1 Die Reihenresonanzschaltung	8
2.2.2 Die Parallelresonanzschaltung	9
2.2.3 Gütefaktor	10
3 Mathematisches Modell	12
3.1 Analyse des Systems mit Coupled mode theory	12
3.1.1 CMT Gleichungen in einem idealen, verlustfreien gekoppelten System	12
3.1.2 CMT Gleichungen in einem realen System	16
3.2 Leistungsübertragung und Figure of merit	18
3.3 Netzwerkanalyse	23
4 Konzept und Aufbau	28
4.1 Konzept	28
4.2 MOSFET-Treiber in Vollbrückenschaltung	28
4.3 Design und Netzwerkanalyse der Spider Web Spule	31
4.4 Messaufbau	38
4.5 Vorgehensweise zur Messung der Kopplungsrate	38
5 Effizienzmessungen	43
5.1 Resonanzfindung	43
5.2 Messergebnisse	43
6 Problemstellungen	48
6.1 Sensibilität des Systems	48
6.2 MOSFET - Treiberstufe	48
6.3 Spider-Web Spule	49
7 Fazit und Ausblick	50
Literaturverzeichnis	52

Abbildungsverzeichnis

2.1	Leiterschleife bei Durchdringung eines sich wechselnden Magnetfeldes	4
2.2	Reihenschwingkreis mit Wechselstromquelle	8
2.3	Parallelschwingkreis mit Wechselstromquelle	9
2.4	Resonanzkurven eines Reihenschwingkreises	11
3.1	Simulation des Energieaustausches der gekoppelten Resonatoren im resonanten Fall, $\omega_1 = \omega_2$	15
3.2	Simulation des Energieaustausches der gekoppelten Resonatoren im nicht resonanten Fall, $\omega_1 \neq \omega_2$	15
3.3	Effizienz η figure-of-merit	20
3.4	Simulation des Energieaustauschs bei stark resonanter Kopplung, identische Γ	21
3.5	Simulation des Energieaustauschs bei stark resonanter Kopplung, unterschiedliche Γ	22
3.6	Simulation des Energieaustauschs bei nicht resonanter Kopplung	22
3.7	Simulation des Energieaustausch bei schwach resonanter Kopplung	23
3.8	Netzwerkmodell von zwei induktiv gekoppelter Spulen	24
3.9	Netzwerkmodell von zwei induktiv resonant gekoppelter Schwingkreise	25
3.10	Ausgangsleistung in Abhängigkeit des Kopplungsfaktors und der Frequenz	26
4.1	Aufbau des Gatetreibers	29
4.2	Vollbrückenschaltung MOSFET Treiberstufe	30
4.3	Design der Spider Web Coil	33
4.4	Fertige Spule mit 24 Windungen	33
4.5	Ersatzschaltbild der Spule unter Berücksichtigung des parasitären Wirkwiderstandes und der parasitären Kapazität	34
4.6	Realteil der Spulenimpedanz Z	35
4.7	Scheinwiderstand Z des Resonators	36
4.8	Leerlaufgüte Q des Resonators	37
4.9	Messaufbau	38
4.10	Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 20$ cm	39

4.11	Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 60$ cm	40
4.12	Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 110$ cm	40
4.13	Verhalten der Kopplungsrate κ bei verschiedenen Abständen D	41
4.14	Verhalten des Kopplungsfaktors k bei verschiedenen Abständen D	42
5.1	Effizienz einer Leistungsübertragung über der Distanz D ohne Frequenzanpassung	45
5.2	Effizienz einer Leistungsübertragung über der Distanz D mit Frequenzanpassung	46
5.3	Messaufbau mit Glühbirne als Verbraucher, 19.4 Watt mit 52.12 % Effizienz	47

Tabellenverzeichnis

3.1	Werte für die Parameter	27
4.1	Spulenparameter	32
4.2	Gemessene Werte des Schwingkreises	37
4.3	Gemessene Bandbreite ($\Delta\omega$) und Berechnung von Γ , κ und k	41
5.1	Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis, Verbraucher: Glühbirne	44
5.2	Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis, Verbraucher: 17Ω .	44
5.3	Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis	46

1

Einleitung

Das erste Kapitel befasst sich mit der Motivation einer drahtlosen Energieübertragung. Des Weiteren werden die Rahmenbedingungen der Bachelor-Thesis festgelegt und vorgestellt.

1.1 Motivation

Den Wunsch drahtlos Energie zu übertragen hatte im 19. Jahrhundert schon Nikola Tesla. Aufgrund der heutzutage immer größer werdenden Elektromobilität steigt das Interesse an einen kabellosen Transfer von elektrischen Strom. Bis heute hat sich die elektrische Leitung als Übertragungsart etabliert. Eine berührungsfreie Energieübertragung könnte die Kabelverbindung ersetzen und würde das tägliche Leben bequemer gestalten. Benutzer von Laptops, Smartphones, Tablets, usw. müssten sich nicht mehr auf die Suche nach einer Steckdose begeben, sondern könnten ihre Geräte aufladen, ohne sie aus der Tasche nehmen zu müssen. Die Akkumulatoren von Elektroautos könnten durch eine Anbringung von Spulen in den Straßen, über ein Magnetfeld, aufgeladen werden. Durch das Fehlen von Kontakten bei dieser Art von Übertragung besteht ein weitaus geringeres Risiko einen Stromschlag durch Berührung zu erlangen. Verschleiß von Kontakten durch ständiges Ein- und Ausstecken von Ladekabeln und die damit verbundene Wartung fällt gänzlich weg. Nicht nur Kabel- und Steckerverbindungen fallen durch diese Technologie weg, sondern je nach Anwendung kann auch der Energiespeicher teilweise oder sogar vollständig ersetzt werden. So könnten zum Beispiel auch Drohnen länger oder dauerhaft in der Luft bleiben, sobald die Möglichkeit bestünde diese an speziellen Auflademasten wieder aufzuladen. Eine drahtlose Energieübertragung kann über verschiedene Wege realisiert werden. Das zurzeit am meisten untersuchte Verfahren ist das der magnetischen Resonanz und soll in dieser Thesis behandelt werden.

1.2 Aufgabenstellung

In dem Rahmen dieser Bachelorarbeit soll ein Transfer von elektrischem Strom zwischen zwei voneinander getrennten Stromkreisen realisiert werden. Beide Stromkreise sollen hierbei als Reihenschwingkreis agieren. Hierfür wird eine Spule mit einem Kondensator in Serie geschaltet. Der erste Stromkreis soll als Sender betrieben werden und wird mit Hilfe eines Wechselspannungsgenerators angeregt. Der zweite Schwingkreis soll an einen Verbraucher angeschlossen werden und sich mit dem Sender über das Prinzip der magnetischen Resonanz koppeln können. Die Schwingkreise müssen hierbei die gleiche Resonanzfrequenz besitzen und müssen aufeinander abgestimmt werden.

Anforderungen an die Hardware

Treiberstufe

In dieser Arbeit soll mit Hilfe einer MOSFET-Treiberstufe der Sendeschwingkreis angeregt werden. Schaltfrequenzen von MOSFETs liegen üblicherweise im kHz-Bereich, dies hat für das Design der Spule eine große Bedeutung, da die Resonanzfrequenzen der Schwingkreise auf die Erregerfrequenz der Treiberschaltung abgeglichen werden sollen. Außerdem muss die Treiberstufe eine Leistung von 20 W schalten können.

Spule

Um eine möglichst große Spulengüte zu erreichen muss die Dämpfung (ohmscher Widerstand) der Spule gering gehalten werden. In dieser Bachelor-Thesis soll eine Spider-Web Spule verwendet werden, da diese für ihre hohen Gütefaktoren im kHz-Bereich bekannt sind [1]. Des Weiteren wurde bei der Recherche keine Forschungsarbeit gefunden, bei der eine drahtlose Energieübertragung mit solch einer Wickeltechnik realisiert wurde. Außerdem müssen die Resonanzfrequenzen der Schwingkreise miteinander übereinstimmen um das System in Resonanz betreiben zu können.

Kondensator

Die Kapazität der einzelnen Schwingkreise muss so abgestimmt werden, dass ein möglichst große Güte erzielt werden kann aber auch gleichzeitig eine Resonanzfrequenz im kHz-Bereich aufgewiesen werden kann. Zudem muss die Spannungsfestigkeit des Kondensator beachtet werden, da in Resonanz eine Spannung von mehreren tausend Volt anliegen kann und das Bauteil dabei zerstört werden könnte.

2

Theoretische Grundlagen

Das Gesetz der elektromagnetischen Induktion, wie auch die Grundlagen von elektrischen Schwingkreisen sind als Voraussetzung für diese Thesis vorgesehen und sollen in diesem Kapitel noch einmal aufgegriffen werden.

2.1 Induktionsgesetz

Im Jahre 1831 beobachtete Michael Faraday, dass in einer ruhenden Leiterschleife S ein elektrischer Strom entsteht sobald sich der magnetische Fluss durch diese ändert [2]. Bei diesem Vorgang wird durch das sich zeitlich ändernde Magnetfeld ein wirbelförmiges elektrisches Feld erzeugt, welches entlang der Leiterschleife verläuft. Integriert man entlang der Leiterschleife ergibt sich eine Spannung, die man auch als Induktionsspannung U_{ind} bezeichnet [3]:

$$U_{\text{ind}} = \oint_{\partial A(S)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{A(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (2.1.1)$$

Mit dem magnetischen Fluß $\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$, durch die Fläche der Leiterschleife, lässt sich das Faradaysche Induktionsgesetz formen:

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1.2)$$

Der Vorgang, dass eine Spannung in einer Leiterschleife induziert wird, wird als magnetische Induktion bezeichnet. Im Falle einer Spule mit N Windungen folgt:

$$U_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1.3)$$

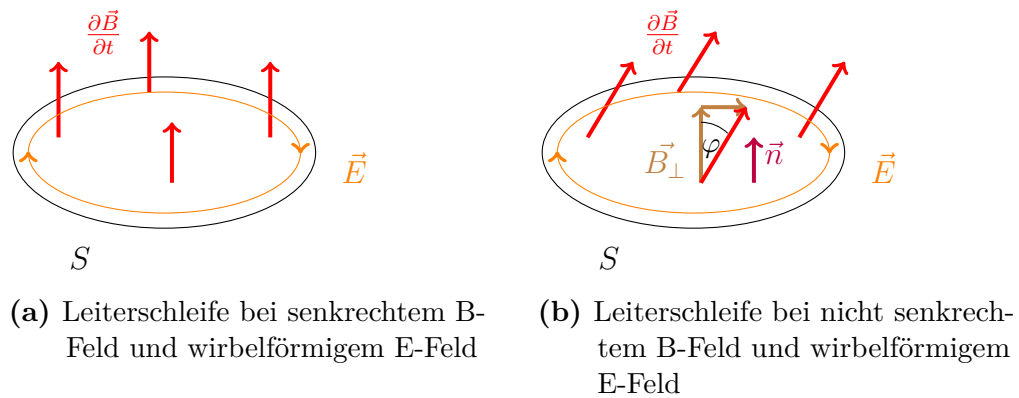


Abbildung 2.1 – Leiterschleife bei Durchdringung eines sich wechselnden Magnetfeldes

Quelle: Eigene Darstellung, TikZ

Anders formuliert: In einem geschlossenen Leiter entsteht ein Induktionsstrom, wenn sich die Zahl der von ihm umschlossenen Magnetfeldlinien ändert. Die Lenz'sche Regel besagt, dass der Induktionsstrom so gerichtet sein muss, dass sein Magnetfeld der induzierten Feldänderung entgegenwirkt [4].

Folgende Zusammenhänge gelten für die Induktionsspannung:

- Sie ist proportional zur umschlossenen Fläche A der Leiterschleife

$$U_{\text{ind}} \sim A$$

- Sie ist proportional zur zeitlichen Änderung des Magnetfeldes

$$U_{\text{ind}} \sim \frac{d\vec{B}}{dt}$$

- Sie ist proportional zum cosinus des Winkels φ zwischen \vec{B} und der Flächennormalen \vec{n} , siehe Abbildung 2.1b.

Durchsetzt ein homogenes Magnetfeld senkrecht eine Leiterschleife, siehe Abbildung 2.1, so heißt das Produkt aus magnetischer Flussdichte und Fläche magnetischer Fluss: $\Phi = A \cdot B$. Wenn die Fläche nicht orthogonal zu den magnetischen Feldlinien steht, wird nur die umschlossene Fläche der Leiterschleife $A_S = A \cdot \cos(\varphi)$ senkrecht vom Magnetfeld durchsetzt. In diesem Fall gilt: $\Phi = A_S \cdot B = A \cdot B \cdot \cos(\varphi) = A \cdot B_\perp$.

2.1.1 Selbstinduktion

Ändert sich der Strom, der durch eine Spule fließt, so ändert sich auch der magnetische Fluss der die Spule durchsetzt. Durch diese Stromänderung $\frac{dI}{dt}$ wird eine Induktionsspannung in der Leiterschleife induziert und damit auch ein Induktionsstrom, der dem ursprünglichen Strom entgegen gerichtet ist. Mit anderen Worten: Ein sich zeitlich ändernder Strom, der durch die Spule fließt, verändert den magnetischen Fluss den die Spule erzeugt. Die Spule wird von diesem sich ändernden Magnetfeld durchsetzt und induziert dadurch eine Spannung in der Spule selbst. Diese Eigenschaft wird als Selbstinduktion bezeichnet. Die induzierte Spannung ist so gerichtet, dass sie eine Stromänderung zu verhindern versucht. Sie ist hierbei proportional zur Induktivität [5]:

$$U_{\text{ind}} \sim L$$

Die Spannung U_{ind} ist nach dem Induktionsgesetz (2.1.3) umso größer, je schneller sich die Stromstärke ändert.

$$U_{\text{ind}} \sim \frac{dI}{dt}$$

2.1.2 Induktivität

Die Induktivität drückt aus wie groß die Fähigkeit einer Spule ist eine Spannung zu induzieren. Die Induktionsspannung bei einer zeitlichen Änderung des Stromes durch eine Spule mit der Induktivität L lautet [5]:

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (2.1.4)$$

Die Selbstinduktionsspannung einer Induktivität ist umso größer,

- je größer die Induktivität L ist.
- je größer die Stromänderung dI ist.
- je kleiner die Zeit dt der Stromänderung dI ist.

Die Selbstinduktionsspannung U_{ind} wirkt immer der Änderung des elektrischen Stroms entgegen [6, S. 288].

2.1.3 Magnetische Kopplung von Spulen und Gegeninduktion

Durch Anlegen eines Wechselstroms an einer Spule 1 erzeugt diese einen magnetischen Fluss Φ . Verläuft Φ durch eine zweite Spule, wird nach dem Induktionsgesetz (2.1.3), eine Spannung in Spule 2 induziert. Die Spulen bezeichnet man dann als *magnetisch gekoppelt*. Beide Spulen werden von einem sich wechselnden Magnetfeld durchdrungen, welches in der Primärspule, durch das Anlegen einer Wechselspannung, mit einer beliebigen Frequenz f , erzeugt wird. In der Sekundärspule erzeugt das wechselnde Magnetfeld, durch die Gegeninduktion, eine Gegeninduktionsspannung mit der gleichen Frequenz f . Die Amplitude der Gegeninduktionsspannung in der zweiten Spule hängt von der Stärke der Kopplung ab. Die magnetische Kopplung kennzeichnet die gegenseitige magnetische Einwirkung von räumlich benachbarten Stromkreisen [6, S. 312]. Der *Kopplungsfaktor* k ($0 \leq k \leq 1$) beschreibt den Grad der magnetischen Kopplung und ist $k = 1$ wenn alle Feldlinien, die in der Primärspule erzeugt werden, auch die Sekundärspule durchdringen. Hierbei handelt es sich dann um eine feste Kopplung (ideal, 100 %-ig). Dieser Wert ist nur theoretisch möglich. In der Praxis kommt es außerdem zu einem magnetischen Fluss, der zwar von der Primärspule erzeugt wird, aber nicht die Sekundärspule durchsetzt. Diesen Fluss nennt man auch *Streufloss* Φ_σ . Der Fluss der beide Spulen durchdringt, wird als *Hauptfluss* Φ bezeichnet.

Die Gegeninduktivitäten L_{12} und L_{21} werden meist mit M_{12} und M_{21} bezeichnet (M steht hierbei für Mutual inductance) [6, s. 312]. Mit Hilfe des Kopplungsfaktors $k = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$ und den beiden Induktivitäten L_1 und L_2 lässt sich die Gegeninduktivität beschreiben:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \leq 1 \quad (2.1.5)$$

Bei einer Stromänderung von i_1 ($i_2 = 0$) ändert sich auch der Fluss Φ durch Spule 1 und 2. In der Sekundärspule wird dadurch eine Gegeninduktionsspannung u_2 induziert. Mit der

Gegeninduktivität L_{12} kann aus der Stromänderungsgeschwindigkeit in der Primärspule, die induzierte Gegenspannung der Sekundärspule berechnet werden:

$$u_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = L_{12} \cdot \frac{di_1}{dt} = M_{12} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (2.1.6)$$

Nun sei $i_1 = 0$. Bei einer Stromänderung von i_2 wird, in Spule 1, eine Gegeninduktionsspannung u_1 induziert:

$$u_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} = M_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (2.1.7)$$

2.2 Resonante Schwingkreise

Die Funktion eines elektrischen Schwingkreises soll mit Hilfe eines mechanischen Pendelmodells erläutert werden. Bei einem Pendel hängt eine Masse an einem gespannten Faden und nimmt eine potentielle Energie (Lageenergie) auf, sobald der Massekörper nach einer Seite angehoben wird. Lässt man das Pendel fallen, bewegt sich die Masse an ihren Ausgangspunkt zurück. Die potentielle Energie ändert sich kontinuierlich und wird im tiefsten Punkt komplett in kinetische Energie umgewandelt. Das Pendel schwingt jetzt auf die andere Seite hoch und wandelt die kinetische Energie wieder in potentielle Energie um. Dieser Vorgang setzt sich immer wieder fort, bis das System durch Reibungsverluste zur Ruhe kommt. Mit anderen Worten: Durch abwechselnde Umwandlung von zwei Energiearten (potentielle Energie und kinetische Energie) entstehen mechanische Schwingungen.

Um elektrische Schwingungen zu erzeugen, benötigt man zwei sich gegenseitig ergänzende Energiespeicher. Eine Kapazität (Kondensator), welcher elektrische Energie speichert und eine Induktivität (Spule), die für die Speicherung magnetischer Energie zuständig ist. Angenommen der Kondensator sei zunächst geladen, dann ist die gesamte Energie des Schwingkreises in seinem elektrischen Feld gespeichert. Der Kondensator beginnt sich über die Induktivität zu entladen und ein Stromfluss setzt ein. Nach dem Induktionsgesetz (2.1.2) wird durch eine Stromänderung eine Spannung in der Spule induziert, die dessen Änderung entgegenwirkt. Somit steigt die Stromstärke und der magnetische Fluss an und im Kondensator wird elektrische Ladung abgebaut. Sobald der Kondensator entladen ist, hat der Strom und die magnetische Feldstärke der Spule ihr Maximum erreicht. Die gesamte Energie ist nun im

Magnetfeld der Spule gespeichert. Da die Spule ihr Magnetfeld aufrechterhalten will, kommt es zu einem Stromfluss in Gegenrichtung, welcher den Kondensator wieder auflädt. Der Kondensator erlangt so seine ursprüngliche Ladung wieder, allerdings bei entgegengesetzter Polung. Dieser Vorgang setzt sich solange periodisch fort, bis die Energie am Wirkwiderstand des Drahtes in Wärmeverluste umgewandelt worden ist. In anderen Worten: Die elektrische Energie oszilliert zwischen dem elektrischen Feld und dem magnetischen Feld und wird durch den ohmschen Widerstand gedämpft [7].

2.2.1 Die Reihenresonanzschaltung

Die Impedanz \underline{Z} des Reihenschwingkreises in Abbildung 2.2 ist durch folgende Gleichung gegeben, wobei $\Re(z)$ den Realteil (Wirkwiderstand) und $\Im(z)$ den Imaginärteil (Blindwiderstand) von \underline{Z} darstellt.

$$\underline{Z} = \Re(z) + \Im(z) = R_v + jX = R_v + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (2.2.1)$$

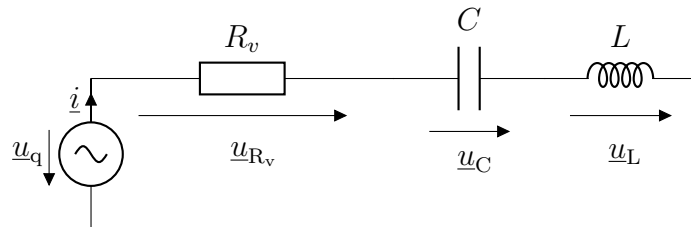


Abbildung 2.2 – Reihenschwingkreis mit Wechselstromquelle

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ

Der Widerstand R_v stellt hierbei den ohmschen Wirkanteil der komplexen Bauteile L und C dar.

Für den Scheinwiderstand $|\underline{Z}|$ der Reihenschaltung gilt:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R_v^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2.2.2)$$

Resonanz

Die Amplitude der Wechselstromstärke \hat{i} wird maximal, wenn der Widerstand des Reihenschwingkreises minimal wird. Sobald die Erregerkreisfrequenz w mit der Resonanzkreisfrequenz

w_0 des Reihenschwingkreises übereinstimmt gilt für den Imaginärteil $\Im(z) = 0$. Der Resonanzwiderstand ist somit rein resistiv. Die Resonanzfrequenz f_0 des Schwingkreises ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$\Im(z) = 0 = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.2.3)$$

Der effektive Strom im Resonanzfall lässt sich mit der effektiven Spannung U_q dann wie folgt berechnen:

$$I_{\text{res}} = \frac{U_q}{R} \quad (2.2.4)$$

Für die Resonanzspannung an der Spule und dem Kondensator gilt somit:

$$U_{\text{res}} = I_{\text{res}} \omega L = -I_{\text{res}} \frac{1}{\omega C} \quad (2.2.5)$$

2.2.2 Die Parallelresonanzschaltung

Liegt ein Kondensator parallel zu einer Spule handelt es sich um einen Parallelschwingkreis, dieser ist in Abbildung 2.3 dargestellt. R_L ist hierbei der Wirkwiderstand der Spule L und R_{ESR} der Wirkwiderstand des Kondensators C . Die Admittanz der Parallelschaltung beträgt:

$$\underline{Y} = \Re(z) + \Im(z) = \frac{1}{R_{\text{ESR}}} + j\omega C + \frac{1}{R_L + j\omega L} \quad (2.2.6)$$

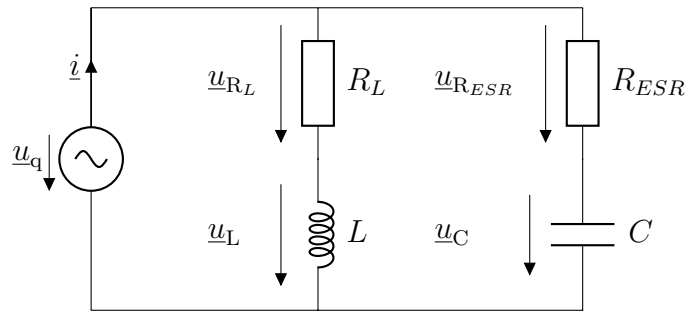


Abbildung 2.3 – Parallelschwingkreis mit Wechselstromquelle

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ

Im Gegensatz zu der Reihenresonanzschaltung wird der Widerstand im Resonanzfall maximal. Die Amplitude der Stromstärke wird somit im Resonanzpunkt minimal.

2.2.3 Gütefaktor

Der Gütefaktor Q (auch Q-Faktor oder Resonanzschärfe genannt) ist ein Maß für den Energieverlust eines Schwingkreises. Bei einer Induktivität sind es die ohmsche Verluste R_L des Spulendrahtes. Der Q-Faktor eines Schwingkreises mit der Resonanzkreisfrequenz ω_0 lautet:

$$Q = 2\pi \frac{W}{V} = 2\pi \frac{\text{Gespeicherte elektrische und magnetische Energie}}{\text{Verlustenergie in einer Periode}} \quad (2.2.7)$$

Ein hoher Gütefaktor besagt, dass der Schwingkreis schwach gedämpft wird und in einer Periode weniger an Energie verliert (V) im Vergleich zu der Energie die gespeichert wird (W).

Durch Einsetzen von Gleichung 2.2.4 in Gleichung 2.2.5 folgt hieraus die Formel der Resonanzschärfe Q [8]:

$$U_{\text{res}} = U_q \frac{\omega L}{R}; \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$Q = \frac{U_{\text{res}}}{U_q} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.2.8)$$

Der Dämpfungsfaktor ist definiert als der Kehrwert der Güte:

$$d = \frac{1}{Q} = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2.2.9)$$

Aus Gleichung 2.2.8 und Gleichung 2.2.9 wird ersichtlich, dass je größer der ohmsche Wirkanteil der Schaltung ist, um so kleiner wird die Güte und um so flacher verläuft die Resonanzkurve. Dieses Verhalten wird in Abbildung 2.4 dargestellt werden.

Bandbreite

Für die Bandbreite des Reihenschwingkreises gilt:

$$B = \frac{f_0}{Q} \quad (2.2.10)$$

Gleichung 2.2.10 zeigt, dass je größer der Gütefaktor wird, umso schmaler wird auch die Bandbreite. Dies ist später wichtig, da gekoppelte Schwingkreise auf die gleiche Resonanzfrequenz f_0 abgestimmt werden müssen [9]. Geringste Änderungen der Bauteilwerte (z.B. Kapazitätsänderungen durch Umwelteinflüsse) können die Resonanzfrequenz des Schwingkreises verschieben.

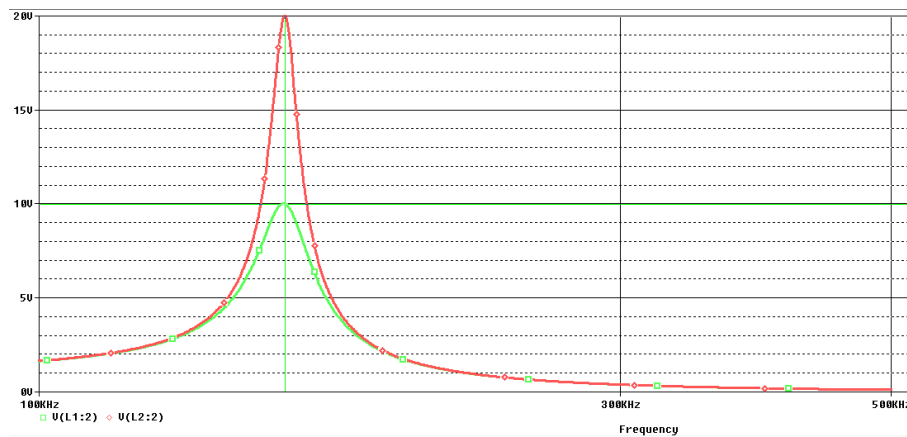


Abbildung 2.4 – Resonanzkurven eines Reihenschwingkreises mit $L = 100\text{e-}6 \text{ H}$, $C = 10\text{e-}9 \text{ F}$.
 Roter Kurvenverlauf: $R_v = 5 \Omega$, Grüner Kurvenverlauf: $R_v = 10 \Omega$, $f_{\text{res}} = 159 \text{ kHz}$

Quelle: Eigene Simulation, Pspice

3

Mathematisches Modell

Dieses Kapitel behandelt die Theorie mit welcher das gekoppeltes System beschrieben werden kann. Zuerst wird eine analytische Lösung unter der Verwendung der Coupled mode theory aufgestellt. Daraufhin soll das System mit Hilfe einer Netzwerkanalyse weiter untersucht werden.

3.1 Analyse des Systems mit Coupled mode theory

Coupled mode theory, CMT, ist ein analytisches Werkzeug, mit welchem Oszillationen und sich ausbreitende Wellen von schwingungsfähigen Systemen modelliert werden können. Zwei Resonanzkreise, die sich über das Prinzip der magnetischen Resonanz miteinander koppeln, können mit der gekoppelten Moden-Theorie beschrieben werden. Der Energieaustausch zwischen den zwei Resonatoren kann so analytisch ausgedrückt und simuliert werden.

3.1.1 CMT Gleichungen in einem idealen, verlustfreien gekoppelten System

Angenommen die zwei miteinander gekoppelten Systeme sind ideal und erfahren keine Dämpfung durch z.B. ohmsche Verluste, dann gelten folgende zwei Differentialgleichungen für die komplexen Amplituden der Oszillationen [10]:

$$\frac{da_1(t)}{dt} = -j\omega_1 a_1(t) - j\kappa_{12} a_2(t) \quad (3.1.1)$$

$$\frac{da_2(t)}{dt} = -j\omega_2 a_2(t) - j\kappa_{21} a_1(t) \quad (3.1.2)$$

κ_{12} und κ_{21} sind hierbei die Kopplungsraten der Moden. Für das weitere Verständnis soll erwähnt werden, dass in Coupled mode theory die Kopplungsraten κ nicht den Werten der Kopplungsfaktoren ($0 \leq k \leq 1$) aus der Netzwerkanalyse entsprechen. Die Beziehung von κ zu k ist folgende [10]:

$$\kappa = \frac{\omega_0 \cdot k}{2} \quad (3.1.3)$$

Die komplexen Amplituden $a_1(t)$ und $a_2(t)$ sind so definiert, dass die Energie, die in den Resonatoren gespeichert ist mit $|da_1(t)|^2$ und $|da_2(t)|^2$ beschrieben werden kann. Gemäß des Energieerhaltungssatzes darf sich die Gesamtenergie eines geschlossenen Systems nicht mit der Zeit ändern [10].

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2) &= a_1(t) \frac{da_1^*(t)}{dt} + a_1^*(t) \frac{da_1(t)}{dt} + a_2(t) \frac{da_2^*(t)}{dt} \\ &+ a_2^*(t) \frac{da_2(t)}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Durch einsetzen von Gleichung 3.1.1 und Gleichung 3.1.2 in Gleichung 3.1.4 ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2) &= a_1(t)(-j\omega a_1^*(t) - \kappa_{12}^* a_2^*(t)) + a_1^*(t)(-j\omega a_1(t) - \kappa_{21} a_2(t)) \\ &+ a_2(t)(-j\omega a_2^*(t) - \kappa_{21}^* a_1^*(t)) + a_2^*(t)(-j\omega a_2(t) - \kappa_{12} a_1(t)) \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Und vereinfacht:

$$\frac{d}{dt}(|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2) = a_1 a_2^* (-\kappa_{12}^* - \kappa_{21}) + a_1^* a_2 (-\kappa_{12} - \kappa_{21}^*) = 0 \quad (3.1.6)$$

Da $\frac{d}{dt}(|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2) \stackrel{!}{=} 0$ und $a_1(t)$ und $a_2(t)$ unterschiedliche Amplituden und Phasen zum gleichen Zeitpunkt zueinander besitzen können muss gelten [11]:

$$-\kappa_{12} - \kappa_{21}^* = 0 \Rightarrow \kappa_{12} = -\kappa_{21}^* = |\kappa| \quad (3.1.7)$$

Mit $a_1(t) = A_1 e^{-j\omega t}$ und $a_2(t) = A_2 e^{-j\omega t}$ lässt sich die Wronski-Determinante aus Gleichung 3.1.1 und Gleichung 3.1.2 herleiten.

$$\begin{aligned} W(t) &= \det \begin{vmatrix} -j\omega + j\omega_1 & j\kappa_{12} \\ j\kappa_{21} & -j\omega + j\omega_2 \end{vmatrix} = 0 \\ &\rightarrow \omega^2 - (\omega_1 + \omega_2)\omega + (\omega_1\omega_2 + \kappa_{12}\kappa_{21}) = 0 \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Mithilfe dieser Determinante lässt sich auf die zwei Eigenfrequenzen des gekoppelten Systemes schließen:

$$\omega'_{1,2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2 + |\kappa|^2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \Omega_0 \quad (3.1.9)$$

Ω_0 ist hierbei der Versatz der beiden Eigenfrequenzen. Wird das System im Resonanzfall betrachtet, also wenn $\omega_1 = \omega_2$, so ist die Differenz der zwei Eigenkreisfrequenzen der gekoppelten Moden $\omega'_1 - \omega'_2 = 2\Omega_0$ (bzw. $2|\kappa|$). Aus Gleichung 3.1.9 wird ersichtlich, dass die beiden Eigenkreisfrequenzen durch 2 mal die Kopplungsrate, 2κ separiert werden, mehr dazu auf Seite 26. Angenommen die Zustände von $a_1(t)$ und $a_2(t)$ bei $t = 0$ sind bekannt, dann ergeben sich die Lösungen für $a_1(t)$ und $a_2(t)$ der Differentialgleichungen aus Gleichung 3.1.1 und Gleichung 3.1.2 [10]

$$\begin{aligned} a_1(t) &= \left[a_1(0) \left(\cos(\Omega_0 t) - j \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2\Omega_0} \right) \sin(\Omega_0 t) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\kappa_{12}}{\Omega_0} a_2(0) \sin(\Omega_0 t) \right] \cdot e^{j[(\omega_1 + \omega_2)/2]t} \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

$$\begin{aligned} a_2(t) &= \left[a_2(0) \left(\cos(\Omega_0 t) - j \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2\Omega_0} \right) \sin(\Omega_0 t) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\kappa_{21}}{\Omega_0} a_1(0) \sin(\Omega_0 t) \right] \cdot e^{j[(\omega_1 + \omega_2)/2]t} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

Mit Hilfe der beiden Amplitudengleichungen kann nun das Verhalten des Systems simuliert werden. Angenommen $a_1(0) = 1$, $a_2(0) = 0$ und $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Das System befindet sich nun in Resonanz, die Amplitudengleichungen lassen sich zusammenfassen zu $a_1(t) = \cos(\Omega_0 t) \cdot e^{j\omega t}$ und $a_2(t) = \sin(\Omega_0 t) \cdot e^{j\omega t}$. Abbildung 3.1 zeigt den Energieaustausch zwischen den zwei Moden im resonanten Fall. Es ist zu erkennen, dass bei $\Omega_0 \cdot t = \pi/2$ die volle Energie von

Mode 1 ($|a_1(t)|^2$) auf Mode 2 ($|a_2(t)|^2$) übertragen wurde. Bei $\Omega_0 \cdot t = \pi$ wird die gesamte Energie wieder auf Mode 1 übertragen. Dies wiederholt sich periodisch. Da es sich hier um ein ideales System handelt geht auch keine Energie durch Wärme oder sonstige Verluste verloren.

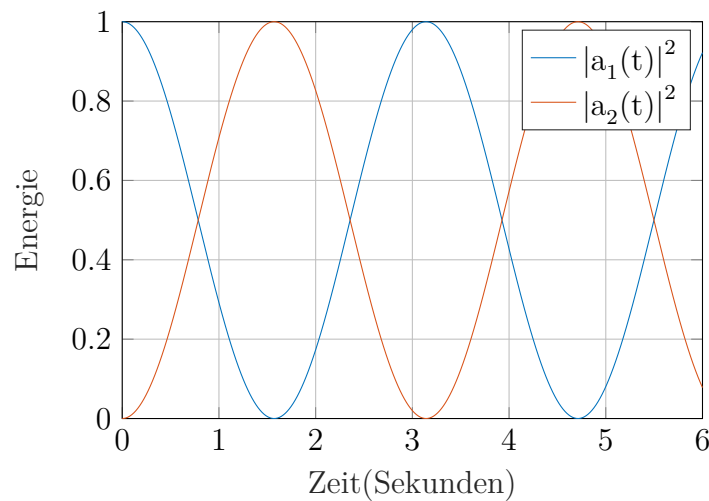


Abbildung 3.1 – Simulation des Energieaustausches der gekoppelten Resonatoren im resonanten Fall, $\omega_1 = \omega_2$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab

In Abbildung 3.2 ist der Verlauf des Energieaustausches im nicht resonanten Fall zu erkennen ($\omega_1 \neq \omega_2$). Der Energieaustausch zwischen den zwei Moden wird nicht vollständig durchgeführt und ist somit ineffizient.

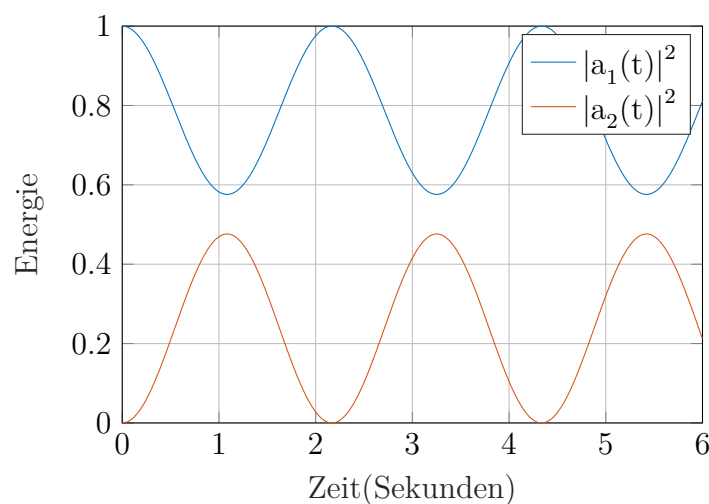


Abbildung 3.2 – Simulation des Energieaustausches der gekoppelten Resonatoren im nicht resonanten Fall, $\omega_1 \neq \omega_2$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab

3.1.2 CMT Gleichungen in einem realen System

In Unterkapitel 3.1.1 wurden die Gleichungen für ein ideales, verlustfreies System aufgestellt. Betrachtet man das System in der realen Welt, muss mit Verlusten gerechnet werden, wie z.B. ohmsche- oder Abstrahlungsverluste. Diese Verluste sollen nun berücksichtigt werden. Die Differentialgleichungen eines realen gekoppelten Systems sehen dann wie folgt aus [11]:

$$\frac{da_S(t)}{dt} = -j(\omega_S - j\Gamma_S)a_S(t) - j\kappa_{SE}a_E(t) \quad (3.1.12)$$

$$\frac{da_E(t)}{dt} = -j(\omega_E - j\Gamma_E)a_E(t) - j\kappa_{ES}a_S(t) \quad (3.1.13)$$

$a_S(t)$ und $a_E(t)$ beschreiben die Moden-Amplituden der beiden Resonatoren (Sender und Empfänger). $\omega_{S,E}$ sind die Eigenkreisfrequenzen der einzelnen Schwingkreise, $|\kappa_{SE}| = |\kappa_{ES}|$ die Kopplungsraten und $\Gamma_{S,E}$ stehen für die individuellen Dämpfungskonstanten, welche durch Abstrahlungsverluste und ohmsche Verluste verursacht werden. Durch das Anwenden der Laplace Transformation auf Gleichung 3.1.12 und Gleichung 3.1.13 ergeben sich folgende Lösungen [10]:

$$a_S(t) = e^{0.5\gamma t} \left\{ \left[(-\beta - \alpha) \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \right] / \delta + \cos\left(\frac{\delta t}{2}\right) \right\} \quad (3.1.14)$$

$$a_E(t) = e^{0.5\gamma t} \left\{ \left[2j\kappa \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \right] / \delta \right\} \quad (3.1.15)$$

Mit folgenden Definitionen [10]:

$$\alpha = j\omega_S - \Gamma_S$$

$$\beta = j\omega_E - \Gamma_E$$

$$\gamma = (j\omega_S - \Gamma_S) + (j\omega_E - \Gamma_E)$$

$$\delta = \sqrt{(4\kappa^2 - (j\omega_S - \Gamma_S)^2 + 2(j\omega_S - \Gamma_S)(j\omega_E - \Gamma_E) - (j\omega_E - \Gamma_E)^2)}$$

Angenommen Sende- und Empfängerschwingkreis sind identisch, dann ist $\omega = \omega_S = \omega_E$, $\Gamma = \Gamma_S = \Gamma_E$ und $\kappa = |\kappa_{SE}| = |\kappa_{ES}|$ und eingesetzt in Gleichung 3.1.14 und Gleichung 3.1.15 ergibt sich [10]

$$a_S(t) = e^{(j\omega - \Gamma)t} \cos(\kappa t) \quad (3.1.16)$$

$$a_E(t) = j e^{(j\omega - \Gamma)t} \sin(\kappa t) \quad (3.1.17)$$

Durch Aufstellen der Wronski-Determinante lassen sich nun die Eigenkreisfrequenzen des realen Systems aufstellen. Für die Amplituden gilt hierbei $a_S(t) = A_S e^{-j\omega t}$ und $a_E(t) = A_E e^{-j\omega t}$.

$$W(t) = \det \begin{vmatrix} -j\omega + j(\omega_S - j\Gamma_S) & j\kappa \\ j\kappa & -j\omega + j(\omega_E + j\Gamma_E) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.1.18)$$

Die Eigenkreisfrequenzen des Systems lauten

$$\begin{aligned} \omega'_{1,2} &= \frac{1}{2}[\omega_S + \omega_E - j(\Gamma_S + \Gamma_E)] \\ &\pm \frac{1}{2}\sqrt{[4\kappa^2 + (\omega_S - \omega_E)^2 - (\Gamma_S - \Gamma_E)^2 - 2j(\Gamma_S - \Gamma_E)(\omega_S - \omega_E)]} \\ &= \frac{1}{2}[\omega_S + \omega_E - j(\Gamma_S + \Gamma_E)] \pm \Omega_0 \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

Befindet sich das System in Resonanz $\omega_S = \omega_E = \omega$ und ist identisch zueinander $\Gamma_S = \Gamma_E = \Gamma$ vereinfacht sich Gleichung 3.1.19 zu

$$\omega'_{1,2} = (\omega - j\Gamma) \pm \kappa \quad (3.1.20)$$

Folglich werden beide Eigenfrequenzen durch die Differenz $\omega_1 - \omega_2 = 2\kappa$ separiert. Bisher wurde das System im nicht angeregten Zustand betrachtet. Nun soll der Sendeschwingkreis mit $F e^{-j\omega t}$ angeregt werden. Die Lösung der gekoppelten Modegleichungen lässt sich mit der Laplace Transformation berechnen.

$$\begin{array}{c}
\frac{da_S(t)}{dt} + j(\omega_S - j\Gamma_S)a_S(t) + j\kappa a_E(t) = Fe^{-j\omega t} \\
\circ \\
\bullet
\end{array}$$

$$a_S(s + j(\omega_S - j\Gamma_S)) + j\kappa a_E = \frac{F}{(s + j\omega)} \quad (3.1.21)$$

$$\begin{array}{c}
\frac{da_E(t)}{dt} + j(\omega_E - j\Gamma_E)a_E(t) + j\kappa a_S(t) = 0 \\
\circ \\
\bullet
\end{array}$$

$$a_E(s + j(\omega_E - j\Gamma_E)) + j\kappa a_S = 0 \quad (3.1.22)$$

Durch einsetzen von $a_E = -j\kappa a_S / (s + j(\omega_E - j\Gamma_E))$ in Gleichung 3.1.21 und Anwenden der inversen Laplace Transformation ergeben sich folgende Lösungen für das gekoppelte System:

$$a_S(t) = \frac{Fe^{-j\omega t}(\Gamma_E - j(\omega - \omega_E))}{\kappa^2 + \Gamma_E\Gamma_S - (\omega_S - \omega)(\omega_E - \omega) + j(\Gamma_S(\omega_E - \omega) + \Gamma_E(\omega_S - \omega))} \quad (3.1.23)$$

$$a_E(t) = \frac{-j\kappa Fe^{-j\omega t}}{\kappa^2 + \Gamma_E\Gamma_S - (\omega_S - \omega)(\omega_E - \omega) + j(\Gamma_S(\omega_E - \omega) + \Gamma_E(\omega_S - \omega))} \quad (3.1.24)$$

Die Eigenfrequenzen des angeregten Systems lauten [11]:

$$\omega_{1,2}'' = \omega_0 \pm \sqrt{\kappa^2 - \Gamma^2} \quad (3.1.25)$$

Durch differenzieren von ω_2' und ω_1' ergibt sich folgende Gleichung:

$$\omega_1'' - \omega_2'' = \Delta\omega = 2\sqrt{\kappa^2 - \Gamma^2} \quad (3.1.26)$$

3.2 Leistungsübertragung und Figure of merit

Sobald der Empfängerschwingkreis vom Sendeschwingkreis angeregt wird, (welcher mit einem Signal konstanter Frequenz angetrieben wird) kann durch Hinzufügen einer elektrischen Last Γ_L im Empfängerkreis Leistung verbraucht werden. Die elektrische Last agiert hierbei wie

ein seriell hinzu geschalteter Widerstand im Empfängerkreis. Die Dämpfungskonstante des Empfängers ändert sich somit zu $\Gamma_G = \Gamma_L + \Gamma_E$. Die empfangene/übertragene Leistung, welche schlussendlich zur Verfügung steht, wird bestimmt durch die dissipierte Leistung des Lastwiderstandes. Diese wird definiert als $P_L = \Gamma_L |a_E|^2$. Die Verlustleistung des gesamten Systems ist folgendermaßen definiert: $P_V = \Gamma_S |a_S|^2 + (\Gamma_L + \Gamma_E) |a_E|^2$. Das Verhältnis von Empfangsleistung zu Verlustleistung ist folglich:

$$\eta = \frac{\Gamma_L \cdot |a_E|^2}{\Gamma_S |a_S|^2 + (\Gamma_L + \Gamma_E) |a_E|^2} \quad (3.2.1)$$

Durch einsetzen von Gleichung 3.1.14 und Gleichung 3.1.15 in Gleichung 3.2.1 ergibt sich folgende vereinfachte Gleichung:

$$\eta = \frac{\frac{\Gamma_L}{\Gamma_E} \cdot \frac{\kappa^2}{\Gamma_S \cdot \Gamma_E}}{\left(1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_E}\right)^2 + \left(1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_E}\right) \cdot \frac{\kappa^2}{\Gamma_S \cdot \Gamma_E}} \quad (3.2.2)$$

Es stellt sich nun die Frage welchen Wert die Last Γ_L besitzen muss um die Effizienz zu maximieren. Zum einen ist es relevant, dass beide Oszillatoren identische Eigenfrequenzen besitzen. Des Weiteren ist es von Bedeutung eine Leistungsanpassung/Impedanzanpassung durchzuführen. Es ergibt sich folgendes Extremum bei $\Gamma_L = \Gamma_E \cdot \sqrt{1 + \kappa^2 / \Gamma_S \Gamma_E}$ [11]. Die Effizienz einer Leistungsübertragung ist somit lediglich von dem Parameter $U = \kappa / \sqrt{\Gamma_S \Gamma_E}$ abhängig [11].

Dies wird von André Kurs [11] als figure-of-merit bezeichnet. Gleichung 3.2.2 lässt sich durch einsetzen von U und Γ_L folgendermaßen formulieren:

$$\eta = \frac{\sqrt{1 + U^2} \cdot U^2}{(1 + \sqrt{1 + U^2})^2 + (1 + \sqrt{1 + U^2}) U^2} \quad (3.2.3)$$

Für den Parameter U gelten folgende Beziehungen [11]:

$$U = \frac{\kappa}{\sqrt{\Gamma_S \Gamma_E}} = \kappa \sqrt{Q_S Q_E} = \frac{\omega M}{\sqrt{R_S R_E}} \quad (3.2.4)$$

$Q_{S,E}$ sind hierbei die Gütefaktoren der einzelnen Schwingkreise, M die Gegeninduktivität und $R_{S,E}$ die Wirkwiderstände der Resonatoren.

Mit den Definitionen $Q = \omega_0/2\Gamma$, $\Gamma = R/2L$ und $\kappa = \omega_0 k/2$ (Kopplungsrate ergibt sich durch das Bilden des Produkts der Eigenkreisfrequenz und der Hälfte des Kopplungsfaktors) ergibt sich aus Gleichung 3.2.2:

$$\eta = \frac{k^2 Q_S Q_E}{(1 + \sqrt{1 + k^2 Q_S Q_E})^2} \quad (3.2.5)$$

Die Funktion η ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass wenn $k\sqrt{Q_S Q_E} \geq 1$ der Kurvenverlauf der Effizienz steil ansteigt. Die Funktion nähert sich asymptotisch gegen 1 wenn $k\sqrt{Q_S Q_E} \rightarrow \infty$.

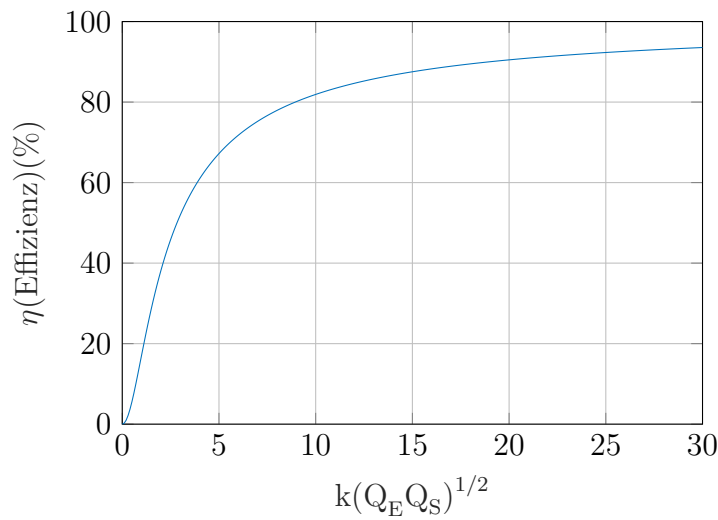


Abbildung 3.3 – Effizienz η als Funktion des Parameters $U = k\sqrt{Q_E Q_S}$.

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

Eine Leistungsübertragung gilt als effizient, sobald $k\sqrt{Q_S Q_E} \geq 1$ bzw. $\kappa/\sqrt{\Gamma_S \Gamma_E} \geq 1$ gilt. Die Kopplung wird in diesem Bereich als stark gekoppelt bezeichnet. Der Grund weshalb eine Leistungsübertragung in diesem Bereich als effizient angesehen wird, lässt sich so begründen, da $\sqrt{\Gamma_S \Gamma_E}$ (Verlustrate) kleiner ist als κ (Kopplungsrate). Es wird also mehr Energie übertragen als dissipiert, wenn $\kappa \geq \sqrt{\Gamma_S \Gamma_E}$ bzw. $k \geq 1/(\sqrt{Q_S Q_E})$. Der Parameter $\kappa/\sqrt{\Gamma_S \Gamma_E}$ beschreibt dadurch das Verhältnis "wie schnell Energie vom Sender zum Empfänger übertragen wird" zu "wie schnell Energie in den Resonatoren verloren geht durch ohmsche Verluste und Abstrahlungsverluste" [11]. Dennoch ist zu berücksichtigen, dass beide Schwingkreise die gleiche Eigenfrequenz besitzen müssen um auch die Resonanzbedingung für einen effizienten Energieaustausch zu erfüllen. In Abbildung 3.4 ist der Energieaustausch von Sender $|a_S(t)|^2$ zu Empfänger $|a_E(t)|^2$ im Betrieb von einer stark resonanten Kopplung dargestellt. Der

Verlauf der Gesamtenergie des Systems ($|a_S(t)|^2 + |a_E(t)|^2$) wird ebenfalls aufgezeichnet. Aus dem Plot wird ersichtlich, dass das System nach einer Anregung wieder an Energie verliert, da das System nun auch Energie aufgrund Γ_S und Γ_E dissipiert. Je größer die beiden Dämpfungskonstanten sind, desto mehr Energie geht dem System verloren.

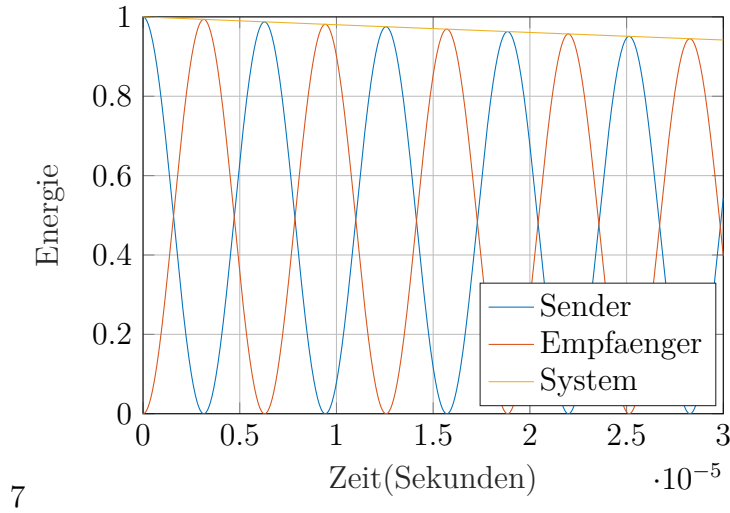


Abbildung 3.4 – Simulation des Energieaustauschs bei **stark resonanter Kopplung**, $\Gamma_S = \Gamma_E = 1000$, $\omega_S = \omega_E = 1 \text{ MHz} \cdot 2\pi$, $\kappa = 500000$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

In Abbildung 3.5 ist der Energieaustausch zwischen den zwei Resonatoren dargestellt. Die Dämpfungskonstanten sollen in diesem Fall nicht mehr identisch sein $\Gamma_S \neq \Gamma_E$. Das System befindet sich im stark gekoppelten Modus und die Energie oszilliert zwischen Sender und Empfänger. Aufgrund der nun größeren Dämpfungskonstante Γ_E ist die Verlustleistung des Systems in einer Periode größer als davor.

Besitzen beide Resonatoren eine unterschiedliche Resonanzfrequenz, kann kein kompletter Energieaustausch zwischen den zwei Schwingkreisen mehr durchgeführt werden und es ergibt sich ein Kurvenverlauf wie in Abbildung 3.6. Dennoch befindet sich das System im stark gekoppelten Zustand, kann aber aufgrund der fehlenden Resonanzbedingung nicht vollständig Energie auf den Empfänger übertragen.

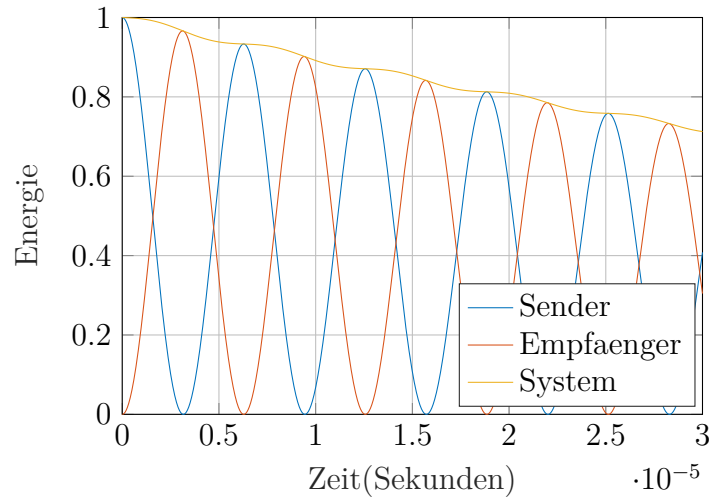


Abbildung 3.5 – Simulation des Energieaustauschs bei **stark resonanter Kopplung**, $\Gamma_S = 1000$, $\Gamma_E = 10000$, $\omega_S = \omega_E = 1 \text{ MHz} \cdot 2\pi$, $\kappa = 500000$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

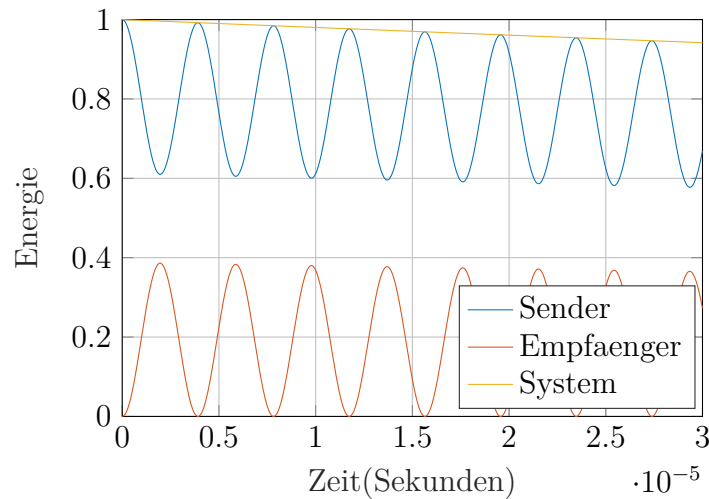


Abbildung 3.6 – Simulation des Energieaustauschs bei **nicht resonanter Kopplung**, $\Gamma_S = \Gamma_E = 1000$, $\omega_S = 1 \text{ MHz}$, $\omega_E = 1.2 \text{ MHz} \cdot 2\pi$, $\kappa = 500000$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

Zuletzt soll noch der Fall der schwach resonanten Kopplung $k/\sqrt{\Gamma_S \Gamma_E} \leq 1$ untersucht werden. Beide Oszillatoren besitzen hierbei die gleiche Resonanzfrequenz, verlieren aber durch ihre hohen Dämpfungskonstanten mehr Energie als übertragen wird. Das System fängt so nicht an zu schwingen und verliert schon in der ersten Periode die komplette Energie.

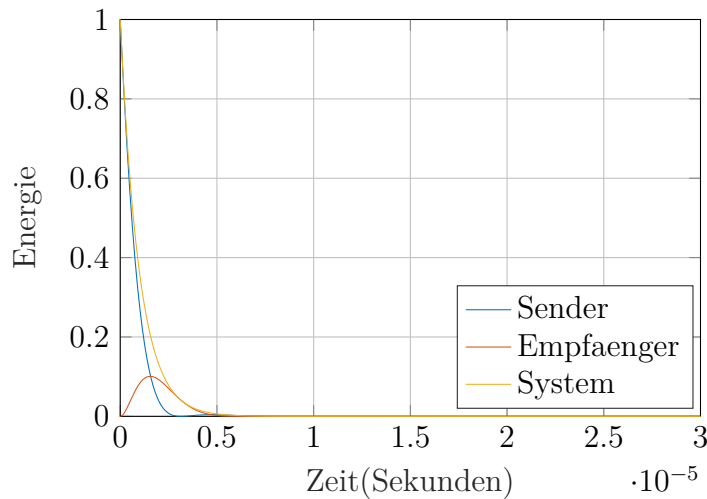


Abbildung 3.7 – Simulation des Energieaustauschs bei **schwach resonanter Kopplung**, $\Gamma_S = \Gamma_E = 150000$, $\omega_S = \omega_E = 1 \text{ MHz} \cdot 2\pi$, $\kappa = 500000$

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

Aus den in diesem Kapitel erwähnten Gleichungen und Simulationsergebnissen wird deutlich, dass große Gütefaktoren Q der Resonatoren die Effizienz des Energieaustauschs verbessern. Des Weiteren wird eine Übertragung bei sehr geringen Kopplungsraten κ aufgrund von hohen Spulengüten ermöglicht. Der Kopplungsfaktor ist abhängig von der Gegeninduktivität M und somit auch von der Entfernung der Spulen zueinander. Folglich kann eine Energie auf eine größere Entfernung übertragen werden, sobald die Bedingung $k\sqrt{Q_S Q_E} > 1$ zutrifft.

3.3 Netzwerkanalyse

In Unterkapitel 2.1.3 wurde bereits die Theorie der magnetischen Kopplung von Spulen erläutert. In dieser Sektion soll mit Hilfe einer Netzwerkanalyse das gekoppelte System weiter untersucht werden. Abbildung 3.8 repräsentiert das Schaltbild zweier Spulen $L_{S,E}$ welche sich über den Kopplungsfaktor k miteinander koppeln. $R_{S,E}$ agieren hierbei als parasitäre, ohmsche Wirkanteile der Spulen. R_i ist der Wirkwiderstand der Spannungsquelle und R_L ist der Lastwiderstand. Die parasitäre Kapazitäten der Spulen soll vorerst vernachlässigt werden. Wird eine Wechselspannungsquelle an Spule L_S angeschlossen, fließt ein Strom durch den Sendekreis. Über das Prinzip der magnetischen Kopplung, siehe Seite 24, wird in der Empfängerspule L_E eine Spannung induziert, welche wiederum einen Stromfluss im Empfängerkreis hervorruft.

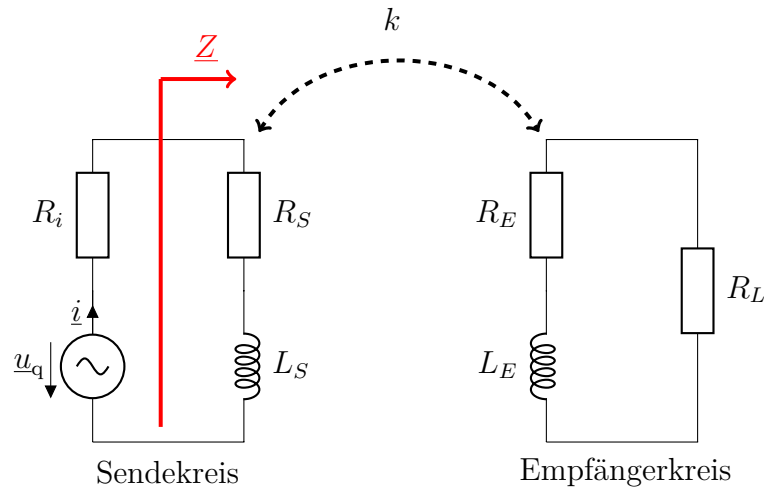


Abbildung 3.8 – Netzwerkmodell von zwei induktiv gekoppelter Spulen

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ.

Für den Ausgangswiderstand \underline{Z} der Schaltung ergibt sich [12]:

$$\underline{Z} = R_S + j\omega L_S + \frac{k^2 \omega^2 L_S L_E}{j\omega L_E + R_E + R_L} \quad (3.3.1)$$

Im idealen Fall gilt für die Induktivitäten $L_S = L_E = \infty$, für die parasitären Widerstände $R_S = R_E = 0$ und für den Kopplungsfaktor $k = 1$. Gelten diese Bedingungen, dann lässt sich die Gleichung vereinfachen zu

$$\underline{Z} = \frac{L_S}{L_E} \cdot R_L \quad (3.3.2)$$

Unter diesen Bedingungen ist der Widerstand rein reell und enthält keine imaginären Anteile. Treffen diese Bedingungen nicht zu, was zu erwarten ist, da keine idealen Bauteile existieren, entsteht ein großer imaginärer Widerstand. Dies hat zur Folge, dass die Wirkleistung am Lastwiderstand R_L abnimmt da der imaginäre Anteil eine nicht mehr zu vernachlässigende Blindleistung mit sich bringt. Je kleiner hierbei der Kopplungsfaktor k ist, desto kleiner wird die Wirkleistung. Um die Blindleistung zu reduzieren muss der imaginäre Anteil eliminiert werden. Wie auch schon in Unterkapitel 2.2.1 erläutert wurde kann durch ein in Serie hinzu geschalteter Kondensator der imaginäre Anteil, solange sich das System in Resonanz befindet, aufgehoben werden. In diesem Fall wirken nur noch die ohmschen Wirkwiderstände R_S , R_E , R_i und R_L . Das Schaltbild der zwei gekoppelten Schwingkreise ist in Abbildung 3.9 illustriert.

Zu dem ohmschen Wirkanteil der Spulen kommen nun noch die parasitären Wirkwiderstände der Kapazitäten hinzu. Folglich gilt für $R_S = R_{C_S} + R_{L_S}$ und $R_E = R_{C_E} + R_{L_E}$

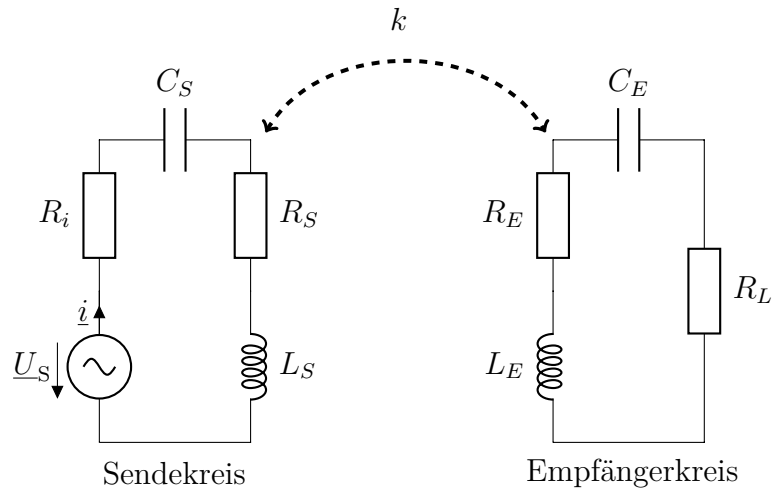


Abbildung 3.9 – Netzwerkmodell von zwei induktiv resonant gekoppelter Schwingkreise

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ.

Nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz (Maschenregel) lassen sich folgende Gleichungen für das System in Abbildung 3.9 aufstellen

$$I_S Z_S + j\omega I_E M = U_S \quad (3.3.3)$$

$$I_E Z_E + j\omega I_S M = 0 \quad (3.3.4)$$

Für die Scheinwiderstände gilt

$$Z_S = (R_S + R_i) + j\omega L_S + 1/j\omega C_S$$

$$Z_E = (R_E + R_L) + j\omega L_E + 1/j\omega C_E.$$

Gleichung 3.3.4 soll nun nach I_E umgestellt und in Gleichung 3.3.3 eingesetzt werden. Der gleiche Vorgang wird mit I_S durchgeführt. Die Lösungen für I_S und I_E lauten folglich

$$I_S = \frac{Z_E \cdot U_S}{Z_S Z_E + \omega^2 M^2} \quad (3.3.5)$$

$$I_E = -\frac{j\omega M \cdot U_S}{Z_S Z_E + \omega^2 M^2} \quad (3.3.6)$$

Angenommen das System befindet sich in Resonanz ($\omega = \omega_S = \omega_E = \omega_0$), dann gilt für die Eingangsleistung P_S , welche die Spule L_S antreibt und für die Ausgangsleistung P_L , die von dem Lastwiderstand R_L dissipiert wird [10]:

$$P_S = \frac{1}{2} U_S I^* = \frac{(R_E + R_L) |U_S|^2}{2[(R_S + R_i)(R_E + R_L) + \omega_0^2 M^2]} \quad (3.3.7)$$

$$P_L = \frac{1}{2} |R_L I_E^2| = \frac{\omega_0^2 M^2 R_L |U_S|^2}{2[(R_S + R_i)(R_E + R_L) + \omega_0^2 M^2]^2} \quad (3.3.8)$$

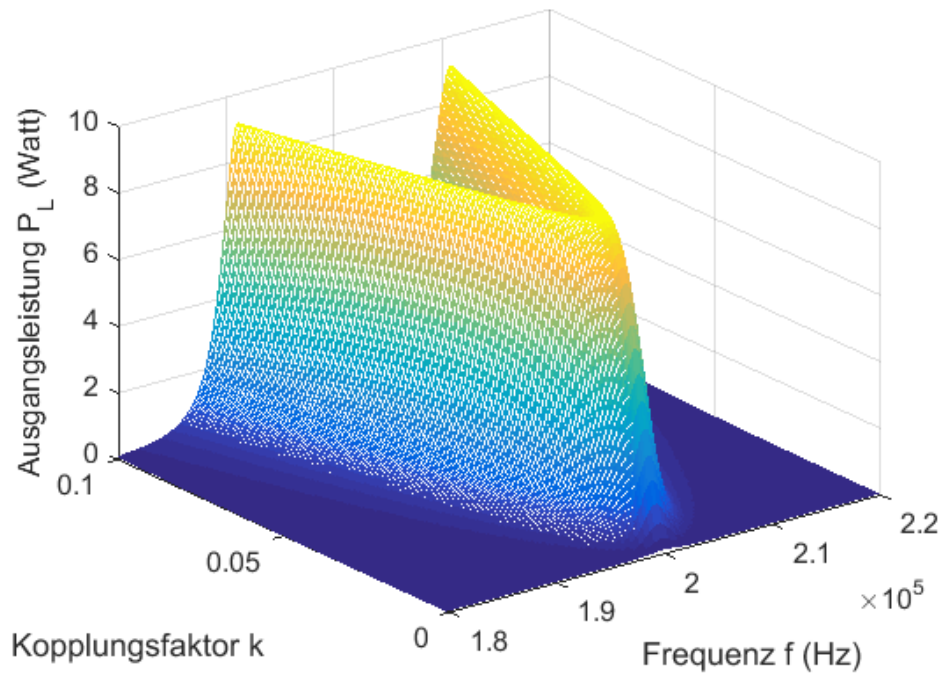


Abbildung 3.10 – Ausgangsleistung in Abhängigkeit des Kopplungsfaktors und der Frequenz

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

In Abbildung 3.10 wird der Verlauf der Ausgangsleistung P_L über die Frequenz f und den Kopplungsfaktor k dargestellt. Die dafür verwendeten Parameterwerte sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Das Schaubild soll verdeutlichen, dass sich das System in drei verschiedenen Kopplungszuständen befinden kann. Unterschieden wird zwischen einem über-gekoppelten Bereich, einem unter-gekoppelten Bereich und einem kritisch-gekoppelten Bereich. Angenommen der Sender wird zu weit weg von dem Empfänger platziert, der Kopplungsfaktor wird somit sehr klein, dann arbeitet das System im unter-gekoppelten Modus. Die Ausgangsleistung sinkt in diesem Bereich steil ab. Wird der Sender zu nah an den Empfänger platziert, dann arbeitet das

System im über-gekoppelten Bereich. In diesem Bereich spalten sich die Resonanzfrequenzen. Der Punkt an dem beide Frequenzen wieder zu einer Frequenz f_g zusammenführen, und wo die Amplitude der Ausgangsleistung maximal wird, nennt man den kritisch-gekoppelten Bereich. Es gilt für die Frequenz $f_g = f_0/(1 - k^2)^{1/4}$ [10]. Da das System bei einer stark resonanten Kopplung betrieben werden soll und Kopplungsfaktoren hierbei sehr klein sein können ($k = 0.001 - 0.01$) kann als Approximation für $f_g \approx f_0$ angenommen werden.

Parameter	Wert
L_S, L_E	780 μ H
C_S, C_E	270 pF
R_S, R_E	10 Ω
R_L, R_i	10 Ω
k	0.001 bis 0.1
AC U_q	30 V
AC f	180 kHz bis 220 kHz

Tabelle 3.1 – Parameterwerte für die Simulation in Abbildung 3.10

Durch bilden des Verhältnisses aus der Ausgangsleistung P_L und der Eingangsleistung P_S ergibt sich für die Effizienz η

$$\eta = \frac{P_L}{P_S} = \left[\frac{\omega_0^2 M^2}{\omega_0^2 M^2 + (R_S + R_i)(R_L + R_E)} \right] \frac{R_L}{(R_L + R_E)} \quad (3.3.9)$$

und mit $M = k\sqrt{L_S L_E}$

$$\eta = \frac{P_L}{P_S} = \left[\frac{\omega_0^2 k^2 L_S L_E}{\omega_0^2 k^2 L_S L_E + (R_S + R_i)(R_L + R_E)} \right] \frac{R_L}{(R_L + R_E)} \quad (3.3.10)$$

4

Konzept und Aufbau

Dieses Kapitel beschreibt das Design der Spider-Web Spule und die praktische Implementierung des MOSFET-Treibers und der Resonatoren. Des Weiteren wird das Verhalten des Systems mit verschiedensten Messgeräten analysiert und ausgewertet.

4.1 Konzept

Das Ziel des Versuches ist es, zwei Schwingkreise derart zu entwerfen, sodass eine Leistungsübertragung im stark gekoppelten Bereich stattfindet. Hierzu sollen beide Resonatoren möglichst niedrige parasitäre Wirkwiderstände besitzen um die Dämpfungsrate Γ gering zu halten. Der Sendeschwingkreis soll mit einem Signal konstanter Frequenz angeregt werden. Die meisten schon existierenden Systeme, wie z.B. Witricity, arbeiten mit sehr hohen Frequenzen im MHz Bereich [11]. In dieser Thesis soll mit Hilfe eines MOSFET-Treibers der Sendeschwingkreis angeregt werden. Da die maximalen Schaltfrequenzen von MOSFETs üblicherweise im kHz-Bereich liegen, müssen die Schwingkreise so entworfen werden, dass ihre Resonanzfrequenz auf die Erregerfrequenz der Treiberstufe abgeglichen sind.

4.2 MOSFET-Treiber in Vollbrückenschaltung

Für die Erzeugung eines Wechselsignals konstanter Frequenz soll eine MOSFET-Treiberstufe in Vollbrückenschaltung verwendet werden. In Abbildung 4.2 ist der Schaltplan der Treiberstufe illustriert. Mit Hilfe eines Frequenzgenerators werden zwei Halbbrücken MOSFET-Treiber (LM5104) mit einem Rechtecksignal gespeist. Um aus zwei Halbbrückenschaltungen eine Vollbrücke zu realisieren, muss der zweite MOSFET-Treiber das invertierte Rechtecksignal zum Schalten empfangen. Die MOSFETs (IRFZ34) werden von den Treiberbausteinen angesteuert

und stellen am Ausgang ein rechteckförmiges, bipolares Signal mit einer Frequenz, die der des Frequenzgenerators entspricht, zur Verfügung. An diesen wird später der Sendeschwingkreis angeschlossen und angeregt. Die Spannung, mit welcher der Schwingkreis gespeist werden soll, wird über eine Gleichspannungsquelle, welche an den MOSFETs angeschlossen ist, bereitgestellt.

Die Treiberstufe wurde auf einer Lochrasterplatine aufgelötet. Der fertige Aufbau ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

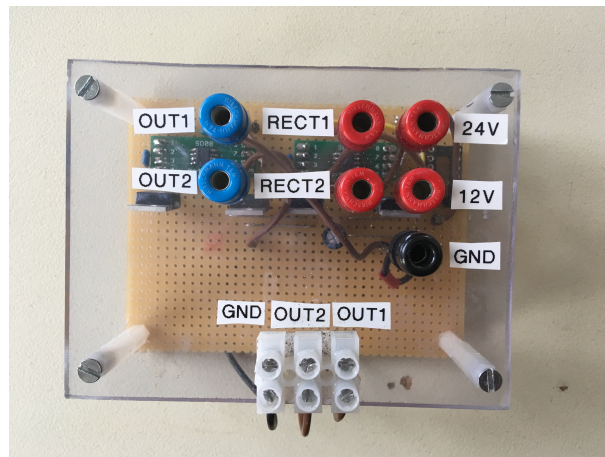


Abbildung 4.1 – Aufbau des Gatetreibers

Quelle: Eigene Anfertigung

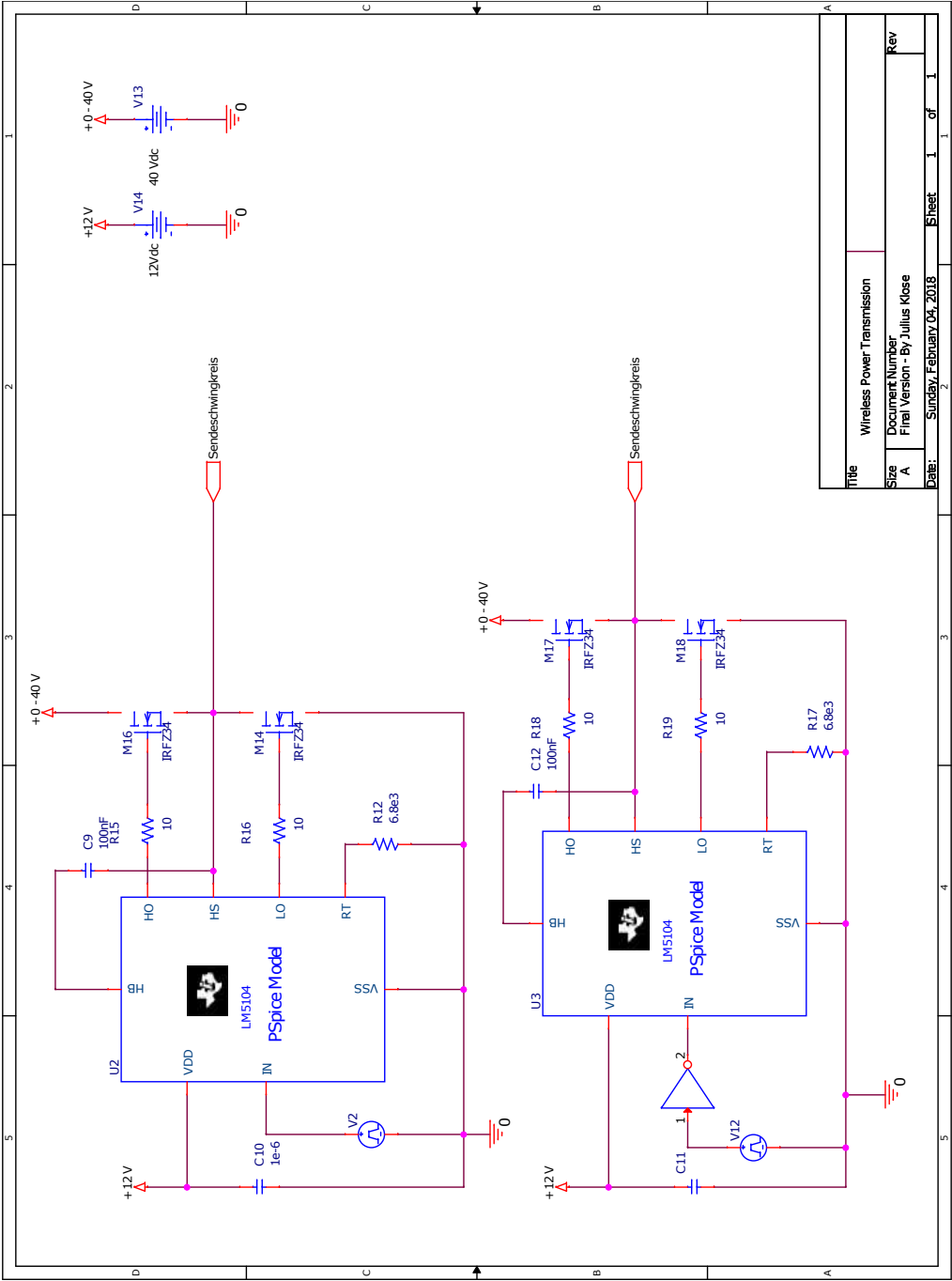


Abbildung 4.2 – Vollbrückenschaltung MOSFET Treiberstufe

Quelle: Eigene Darstellung, OrCAD Capture Pspice

4.3 Design und Netzwerkanalyse der Spider Web Spule

Um auf Resonanzfrequenzen $f_{\text{res}} \leq 1 \text{ MHz}$ zu gelangen, muss die Induktivität der Spule und die Kapazität des seriell geschalteten Kondensators weitaus größer sein. Mit Gleichung 2.2.8 wird ersichtlich, dass sich Induktivität und Kapazität auf den Gütefaktor Q der Spule auswirken. Die Spule muss einen kleinen parasitären Wirkwiderstand besitzen damit hohe Gütefaktoren erreicht werden können. In dieser Thesis soll eine Spider-Web-Coil (Spinnennetzspule) verwendet werden. Diese Art von Spulen sollen schon bei Frequenzen im kHz-Bereich hohe Gütefaktoren erreichen. Bei dem Design der Spule sollte der *Skin-Effekt* und der *Proximity-Effekt* beachtet werden.

Skin-Effekt

Wird ein Leiter von einem Wechselstrom durchflossen, werden in Abhängigkeit der Frequenz Wirbelströme und elektrische Felder im Inneren des Leiters erzeugt, welche die Ladungsträger in das Äußere des Leiters verdrängen. Für die Ladungsträger verringert sich hierbei der nutzbare Querschnitt. Folglich vergrößert sich auch der Wirkwiderstand welcher wiederum eine Auswirkung auf die Güte der Spule hat. Die Dicke der leitenden Schicht lässt sich folgendermaßen berechnen [13]:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega_0\mu}} \quad (4.3.1)$$

wobei ρ der spezifische Widerstand des Materials ist und μ die magnetische Feldkonstante. Für die Spulen wurde ein Kupferlackdraht mit einem Durchmesser von 1.12 mm verwendet. Bei einer Frequenz von $f = 500 \text{ kHz}$ ergibt sich für $\delta \approx 93.8 \mu\text{m}$. Für die Berechnung des Wechselstromwiderstandes gilt

$$R_{\text{Skin}} = R_{\text{DC}} \frac{r_{\text{Leiter}}}{2\delta} \quad (4.3.2)$$

Proximity-Effekt

Unter dem Proximity-Effekt, auch Stromverdrängungseffekt genannt, ist zu verstehen, dass wenn mehrere Leiter nebeneinander liegen, die Stromdichteverteilung eines Leiters durch das magnetische Feld der daneben liegenden, stromdurchflossenen Leitern beeinflusst wird. Dieses

Phänomen ist abhängig von der Frequenz, der Stromstärke, der Leitergeometrie und dem Abstand der Leitungen zueinander [14]. Der Proximity-Effekt hat somit zur Folge, dass der Wechselstromwiderstand einer Spule noch weiter ansteigt. Je näher die Windungen aneinander liegen, desto stärker beeinflussen sich die Leiter und umso größer wird der Wirkwiderstand der Leitung. Um den Proximity-Effekt beim Design zu berücksichtigen wird auf die Arbeit von Medhurst zurück gegriffen [15]. Der Gleichspannungswiderstand der Spule beträgt

$$R_{\text{DC}}^{\text{theo}} = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1.721 \cdot 10^{-2} \frac{\text{mm}^2 \Omega}{\text{m}} \cdot \frac{45.4 \text{ m}}{0.985 \text{ mm}^2} = 0.79 \Omega. \quad (4.3.3)$$

Unter Berücksichtigung des Skin- und Proximity-Effektes ändert sich dieser Widerstand zu $R_{\text{AC}}^{\text{theo}} = 3.985 \Omega$ (bei einer Frequenz von 413 kHz). Abstrahlungswiderstände des magnetischen und elektrischen Dipols sollen nicht beachtet werden, da diese in den Berechnungen vernachlässigbar kleine Werte ergeben haben. Bei Frequenzen im MHz-Bereich müssen diese jedoch wieder mit berücksichtigt werden. In Abbildung 4.3 ist die Technische Zeichnung der Schablone, auf der Kupferlackdraht, mit einem Durchmesser von $d = 1.12 \text{ mm}$, aufgewickelt wurde dargestellt. Die Maße der Spule sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Parameter	Wert
Innendurchmesser	40 cm
Abstand zwischen Windungen	7 mm
Windungsanzahl	24
Dicke der Platte	8 mm
Material der Platte	Sperrholz

Tabelle 4.1 – Spulenparameter

In Abbildung 4.4 ist die fertig gewickelte Spule illustriert. Der parasitäre Widerstand der Spule wurde mit einem LCR-Messgerät (Agilent U1733C) gemessen und beträgt $R_{\text{DC}}^{\text{mess}} = 0.7 \Omega$, welcher gut mit dem theoretisch berechneten Wert von $R_{\text{DC}}^{\text{theo}} = 0.79 \Omega$ übereinstimmt. Die gemessene Induktivität beträgt $L = 442 \mu\text{H}$.

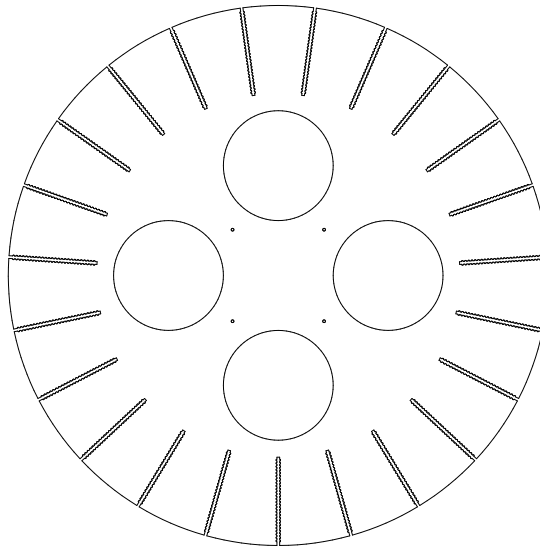


Abbildung 4.3 – Design der Spider Web Coil

Quelle: Anfertigung eines Mitarbeiters IUAS, Maximilian Keller

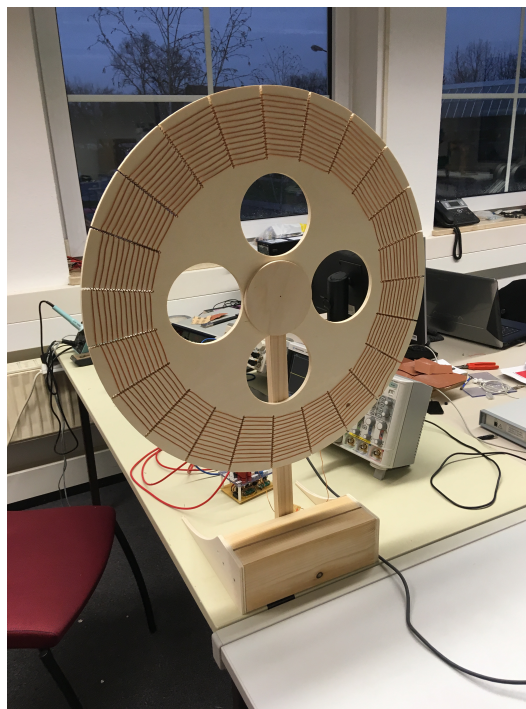


Abbildung 4.4 – Fertige Spule mit 24 Windungen

Quelle: Eigene Anfertigung

Eine Spule besitzt neben ihrer Selbstinduktivität in der Realität einen parasitären Wirkwiderstand und eine parasitäre Kapazität. Der Wirkwiderstand der Spule wurde unter Berücksichtigung der oben genannten Phänomenen (Skin-Effekt und Proximity-Effekt)

berechnet und beträgt bei $f = 418 \text{ kHz}$ $R_{AC} = 3.9 \Omega$. Mit Hilfe einer Netzwerkanalyse soll ein mathematisches Modell der Spule aufgestellt werden. Das Ersatzschaltbild der Spule ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

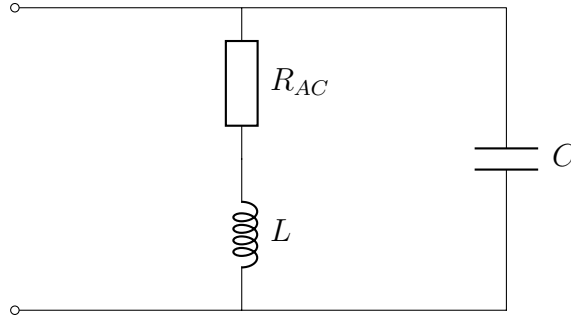


Abbildung 4.5 – Ersatzschaltbild der Spule unter Berücksichtigung des parasitären Wirkwiderstandes und der parasitären Kapazität

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ

Die Admittanz des Ersatzschaltbildes beträgt

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R_{AC} + j\omega L} \quad (4.3.4)$$

und für die Impedanz ergibt sich

$$\begin{aligned} \underline{Z} = \underline{Y}^{-1} = & \frac{\frac{R_{AC}}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2}}{\underbrace{\left(\frac{R_{AC}}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega L - \omega C(R_{AC}^2 + (\omega L)^2)}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2} \right)^2}_{\text{Realteil}}} \\ & + j \frac{\frac{\omega L - \omega C(R_{AC}^2 + (\omega L)^2)}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2}}{\underbrace{\left(\frac{R_{AC}}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega L - \omega C(R_{AC}^2 + (\omega L)^2)}{R_{AC}^2 + (\omega L)^2} \right)^2}_{\text{Imaginärteil}}} \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

Durch Betrachtung des Realteils wird ersichtlich, dass dieser nicht nur von dem parasitären Wirkwiderstand abhängt, sondern auch von den frequenzabhängigen Blindanteilen ωL und ωC . Die zu der Induktivität parallel liegende Kapazität sorgt außerdem für eine Parallelresonanz welche aber nicht für eine Leistungsübertragung verwendet werden soll. Wie schon in Unterabschnitt 2.2.1 beschrieben minimiert sich die Impedanz bei Serienresonanz und eignet

sich deshalb für eine Leistungsübertragung, da sich die Gütefaktoren der Spulen maximieren. Um eine Serienresonanz zu erhalten wird ein weiterer Kondensator in Serie mit der Spule geschaltet.

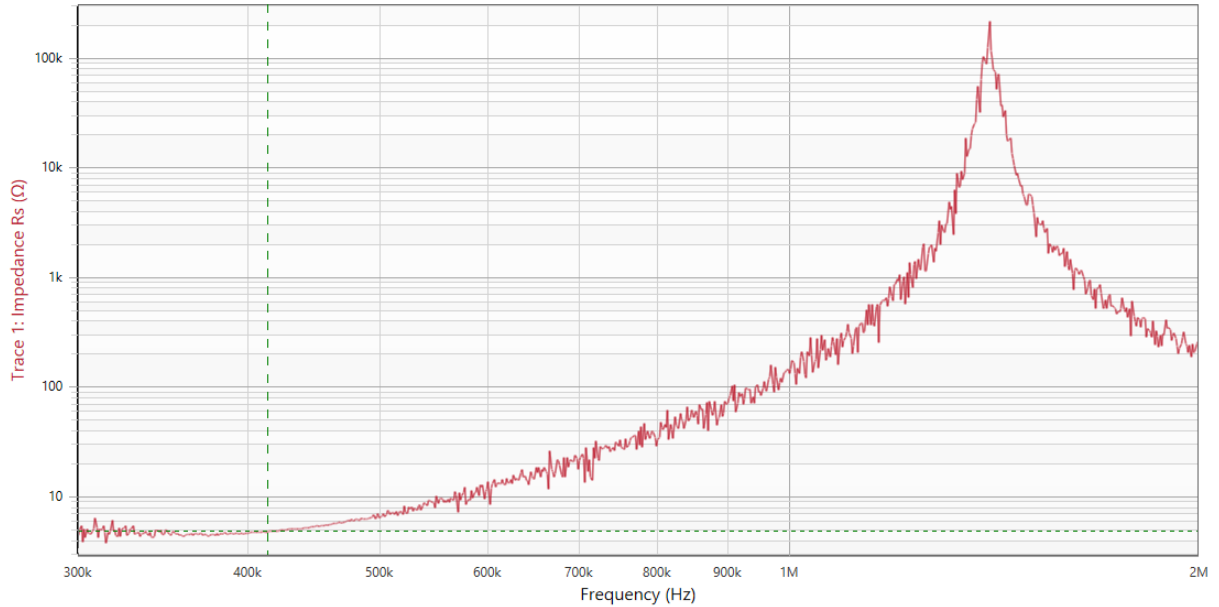


Abbildung 4.6 – Realteil der Spulenimpedanz Z

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe Bode 100

Mit Hilfe eines Bode 100 wurde der Realteil der Spulenimpedanz Z über der Frequenz gemessen. Die Messung ist in Abbildung 4.6 illustriert. Aus der Kurve wird ersichtlich, dass bei Frequenzen im Bereich $f = 300 \text{ kHz} - 500 \text{ kHz}$ die Impedanz kleiner ist als bei höheren Frequenzen. In diesem Frequenzbereich besitzt die Spule jedoch keine Resonanzstelle und soll mit Hilfe eines seriell zugeschalteten Kondensators erzwungen werden. Der gemessene Wert der Spulenimpedanz bei $f = 418 \text{ kHz}$ beträgt $\underline{Z}^{\text{mess}} = 4.8 \Omega$. Dieser stimmt mit dem berechneten Wert, $\underline{Z}^{\text{theo}} = 4.7 \Omega$ sehr gut überein. Löst man Gleichung 2.2.3 nach C auf kann die Kapazität, welche für eine Resonanzstelle bei $f = 418 \text{ kHz}$ benötigt wird, berechnet werden.

$$C_{\text{Serie}} = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi 418 \text{ kHz})^2 \cdot 442 \mu\text{H}} = 328 \text{ pF} \quad (4.3.6)$$

Durch die neu hinzu geschaltete Kapazität verändert sich die Impedanz zu

$$\underline{Z}_{\text{Resonator}} = \underline{Z} - j \frac{1}{\omega C_{\text{Serie}}}. \quad (4.3.7)$$

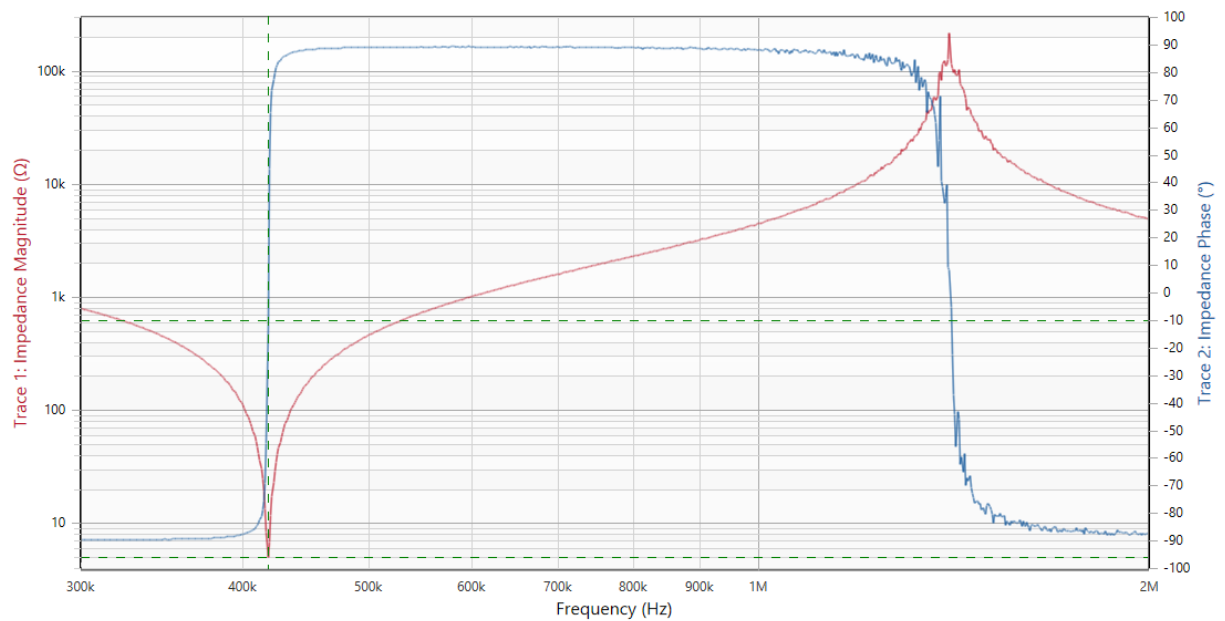


Abbildung 4.7 – Scheinwiderstand Z des Resonators

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe eines Bode 100

In Abbildung 4.7 ist die Impedanzkurve des Schwingkreises über der Frequenz dargestellt. Es existiert neben der Parallelresonanz nun eine weitere Resonanzstelle durch den hinzugefügten Kondensator. Des Weiteren wurde die Phase gemessen welche Sprünge bei beiden Resonanzstellen aufweist. Bei Frequenzen kleiner als die Serienresonanzfrequenz $f < f_{\text{resSerie}}$ besitzt der Schwingkreis ein kapazitives Verhalten, was die Phase von -90° erklärt. Bei Frequenzen größer als die Serienresonanzfrequenz aber kleiner als die Parallelresonanzfrequenz $f_{\text{resSerie}} < f < f_{\text{resParallel}}$, verhält sich der Resonator induktiv was eine Phasenverschiebung von $+180^\circ$ hervorruft und die Phase auf $+90^\circ$ springt. Bei Parallelresonanz springt die Phase wieder auf -90° , da der Schwingkreis wieder kapazitives Verhalten besitzt. Der Resonator soll mit einer Frequenz angeregt werden, sodass sich ein rein resistives Verhalten ergibt. Dies wird erreicht sobald sich der Schwingkreis in Serienresonanz befindet. Die gemessene Serienresonanzfrequenz liegt bei $f_{\text{resSerie}} = 418 \text{ kHz}$ und wurde mit einer Kapazität von $C = 315 \text{ pF}$ erreicht. Um den parasitären Wirkwiderstand des Kondensators zu reduzieren, wurden 3 Kondensatoren parallel geschaltet. Die Kapazität vergrößert sich hierbei, jedoch verkleinert sich der Wirkwiderstand. In Tabelle 4.2 sind die gemessenen Werte des Schwingkreises aufgelistet. Bei der Auswahl des Kondensators ist darauf zu achten, dass bei Resonanz Spannungen von mehreren tausend Volt am Kondensator (und Spule) anliegen können. Dies lässt sich durch die hohe Güte (Spannungsverstärkung) des Schwingkreises zurückführen. Der Kondensator

benötigt somit eine bestimmte Spannungsfestigkeit, um solch hohen Spannungen standhalten zu können.

Parameter	Wert
Induktivität der Spule	442 μH
Parasitäre Kapazität der Spule	26.1 pF
Parasitärer Wirkwiderstand der Spule bei $f = 418 \text{ kHz}$	4.8 Ω
Kapazität des Serienkondensators	315 pF

Tabelle 4.2 – Gemessene Werte des Schwingkreises

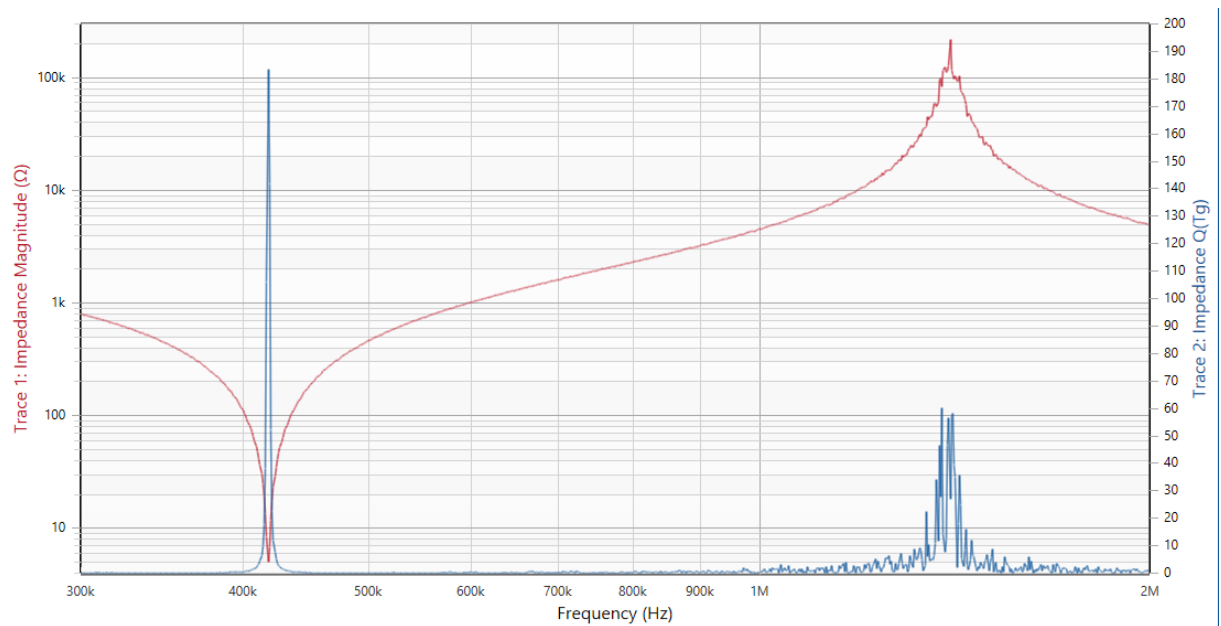


Abbildung 4.8 – Leerlaufgüte Q des Resonators

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe eines Bode 100

In Abbildung 4.8 wurde die Leerlaufgüte der Schwingkreise aufgezeichnet. Diese beträgt bei Serienresonanz $Q_{S,E}^{\text{prakt}} = 180$. Nach Gleichung 2.2.8 entspricht die theoretisch berechnete Güte $Q_{S,E}^{\text{theo}} = 1/R\sqrt{L/C} = 246$. Der experimentell gemessene Gütefaktor hat eine Abweichung von 26.8 %. Eventuell lässt sich diese Diskrepanz auf die schlecht leitende Eigenschaften des Kupferoxids (des Kupferdrahtes) schließen [11]. Des Weiteren müssten die Auswirkungen des Proximity-Effektes genauer berechnet werden, da nur approximative Werte aus Tabellen von Medhurst verwendet wurden. Für weitere Ergebnisse und Berechnungen soll der experimentelle Wert der Leerlaufgüte verwendet werden.

4.4 Messaufbau

Der Messaufbau ist in Abbildung 4.9 illustriert. Mit Hilfe eines Frequenzgenerators wird eine Rechteckschwingung mit konstanter Frequenz ($f = 413 \text{ kHz}$) erzeugt. Mit dieser wird der MOSFET-Treiber geschaltet, welcher die 4 MOSFETs ansteuert und am Ausgang eine verstärkte Rechteckschwingung mit gleicher Frequenz bereitstellt. Der Sendeschwingkreis wird angeregt und fängt an zu schwingen. Besitzt der Empfänger die gleiche Resonanzfrequenz wie der Sender, kommt es zu einer induktiv resonanten Kopplung und Energie kann übertragen werden. Im Empfängerschwingkreis wird eine Glühbirne als Verbraucher angeschlossen um die elektrische Energie zu verbrauchen. Die verwendete Glühbirne besitzt einen Widerstand von $R_{\text{Lampe}} \approx 70 \Omega$. Der Empfängerschwingkreis wird in der Nähe des Sendeschwingkreises platziert.

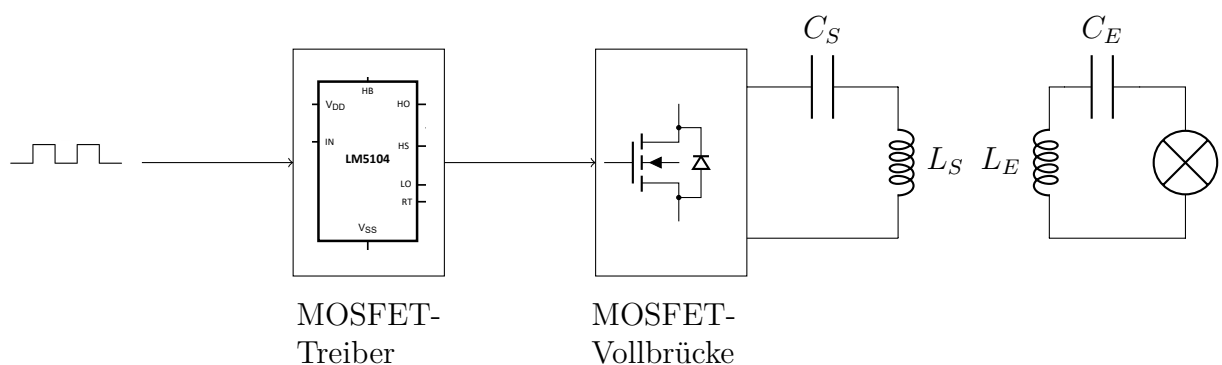


Abbildung 4.9 – Messaufbau

Quelle: Eigene Darstellung, CircuitTikZ

4.5 Vorgehensweise zur Messung der Kopplungsrate

Um die Kopplungsrate κ zu messen werden beide Resonatoren gegenüber voneinander platziert. Die Messung der Kopplungsrate erfolgt ohne einen elektrischen Verbraucher, sodass der Empfangsschwingkreis kurzgeschlossen wird. Die Sendespule wird an ein Bode 100 Messgerät angeschlossen. Durch die Kopplung der zwei Schwingkreise wird die aufgenommene Impedanzkurve beeinflusst. Die gemessene Impedanz bei einem Abstand von $D = 20 \text{ cm}$ ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Das gekoppelte System weist das Verhalten der Frequenzspaltung im über-gekoppelten Bereich auf, welches in Abbildung 3.3 veranschaulicht wurde.

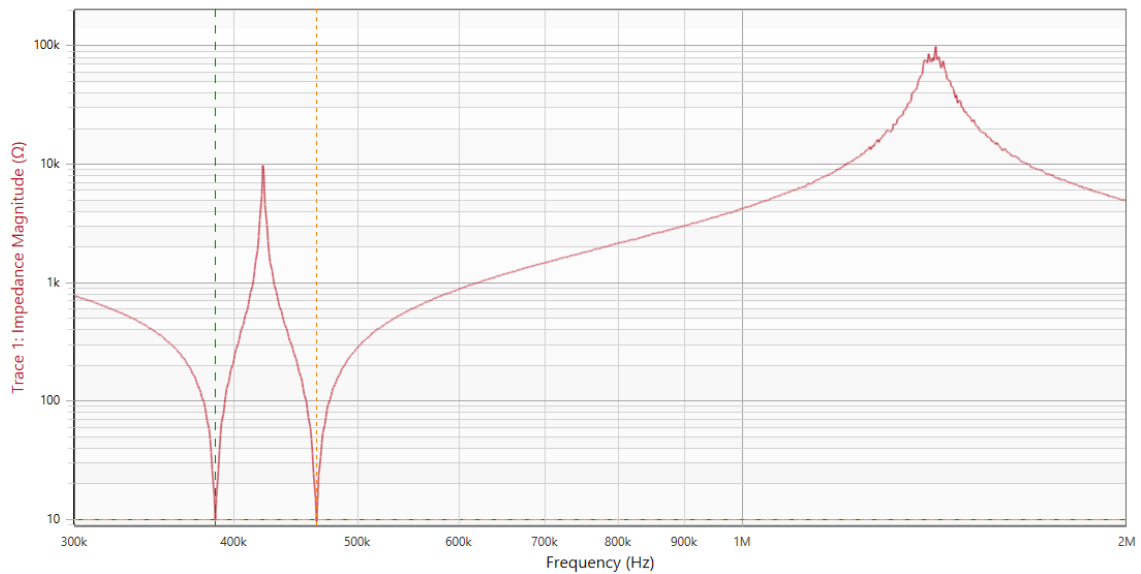


Abbildung 4.10 – Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 20$ cm

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe Bode 100

Durch subtrahieren der beiden Serienresonanzfrequenzen kann die Bandbreite $\Delta\omega$ bestimmt werden. Für die Dämpfungsrate gilt $\Gamma = \omega/2Q$, siehe Gleichung 2.2.9. Gleichung 3.1.2 nach der Kopplungsrate κ aufgelöst ergibt

$$\kappa = \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + \Gamma^2} \quad (4.5.1)$$

In Abbildung 4.11 ist die gemessene Impedanzkurve bei $D = 60$ cm dargestellt. Ein Vergleich zu Abbildung 4.10 zeigt: Je größer die Distanz D zwischen den Schwingkreisen wird, umso kleiner wird die Differenz von den zwei Serienresonanzfrequenzen. Diese laufen immer näher zusammen bis der kritisch gekoppelte Bereich erreicht wird. Dieser wurde bei $D = 110$ cm erreicht (zu beachten ist jedoch, dass es sich hier um die kritische Kopplung handelt, wenn kein Verbraucher angeschlossen ist). Die Impedanzkurve bei $D = 110$ cm ist in Abbildung 4.12 illustriert.

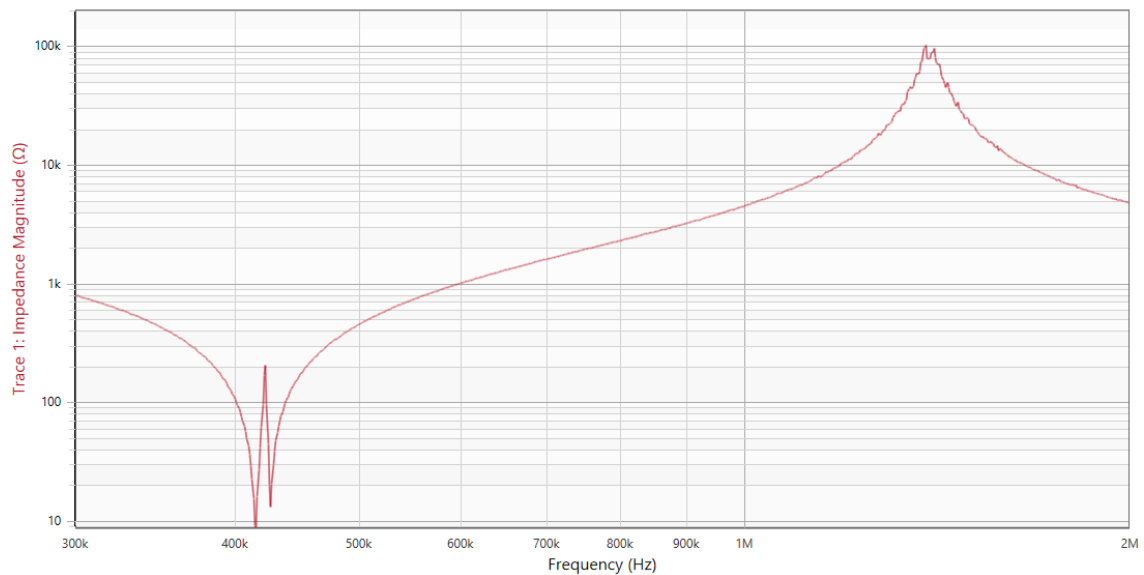


Abbildung 4.11 – Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 60$ cm

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe Bode 100

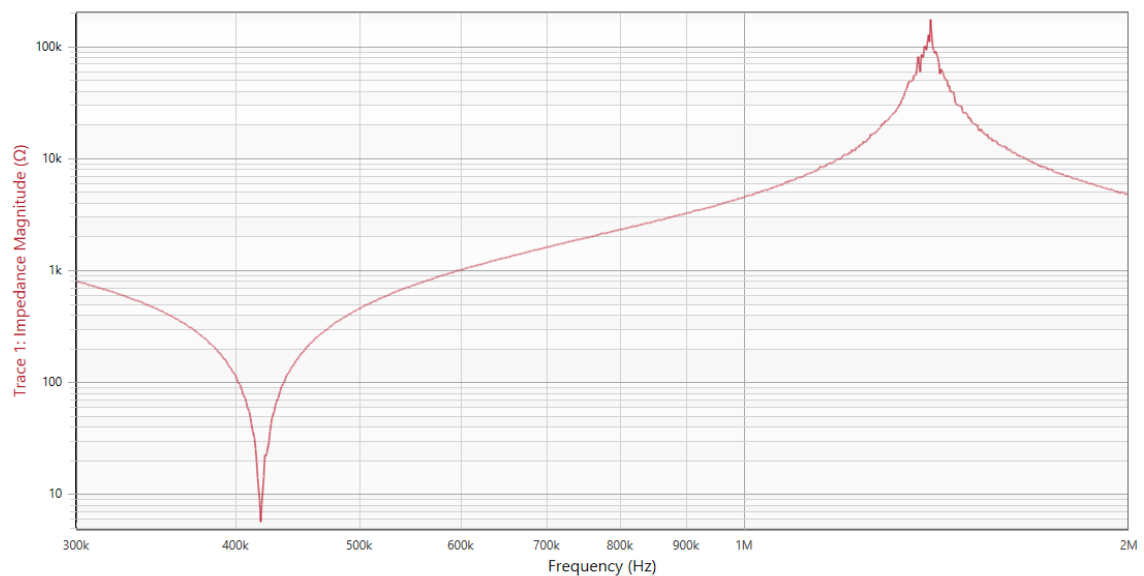


Abbildung 4.12 – Impedanz Z des gekoppelten Systems bei $D = 110$ cm

Quelle: Eigene Darstellung, gemessen mit Hilfe Bode 100

Aus Gleichung 4.5.1 wird ersichtlich, dass κ und Γ von der Bandbreite $\Delta\omega$ abhängig sind. κ/Γ werden maximal für bestimmte Frequenzen. Die Auswahl einer optimalen Frequenz spielt eine große Rolle um die Effizienz der Leistungsübertragung zu maximieren. Allerdings konnte die Theorie für die optimale Frequenz der Spider Web Coil nicht bestimmt werden und wurde durch Vermutung und praktisches Ausprobieren in den Messversuchen festgestellt. Das MIT stellte die Vermutung auf, dass Frequenzen im Bereich 1 - 25 MHz optimal für

eine Leistungsübertragung sind [11]. Die gemessenen und berechneten Werte von κ und k (mit Hilfe von Gleichung 3.1.3 und Gleichung 4.5.1) sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Wie zu erwarten wird die Stärke der Kopplung bei größer werdenden Distanzen schwächer. Die Kopplungsrate κ ist in Abbildung 4.13 über die Distanz dargestellt. Der Kopplungsfaktor k ist in Abbildung 4.14 illustriert.

Distanz (cm)	$\Delta\omega$ (Hz)	Γ (Hz)	κ (Hz)	k
20	77553	6416	39303	0.032
30	40880	7198	21670	0.017
40	25104	6928	14337	0.011
50	15689	7190	10641	0.0082
60	10982	7450	9254	0.0071
70	8621	7177	8372	0.0064
80	6276	7626	8243	0.0063
90	6276	7692	8122	0.0062
100	4769	7379	7755	0.0059
110	3601	7297	7516	0.0057

Tabelle 4.3 – Gemessene Bandbreite ($\Delta\omega$) und Berechnung von Γ , κ und k

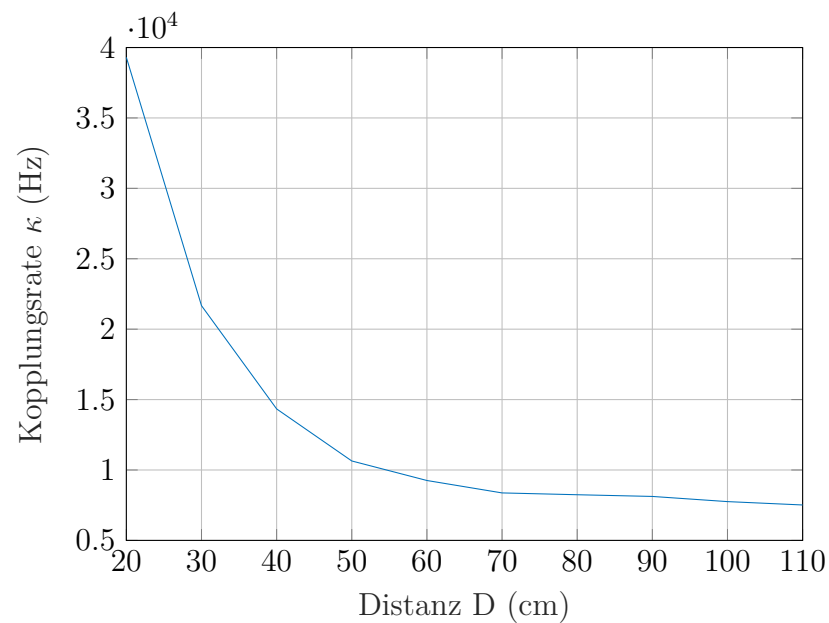


Abbildung 4.13 – Verhalten der Kopplungsrate κ bei verschiedenen Abständen D

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

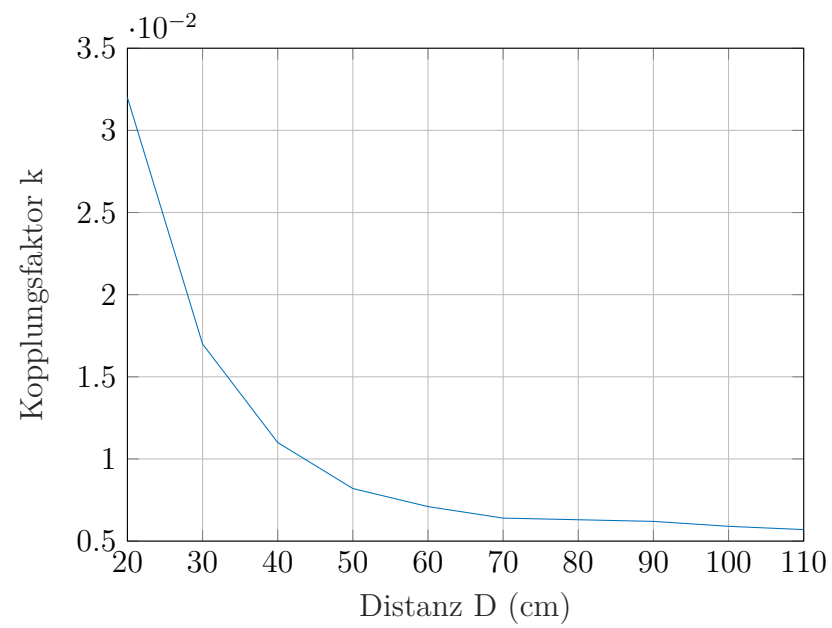


Abbildung 4.14 – Verhalten des Kopplungsfaktors k bei verschiedenen Abständen D

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

5

Effizienzmessungen

Dieses Kapitel beschreibt die Herangehensweise für die Effizienzmessung des aufgebauten Systems. Des Weiteren wird eine Lösung für das Problem der Frequenzspaltung vorgestellt.

5.1 Resonanzfindung

Um eine Leistungsübertragung zu maximieren, soll die optimale Resonanzfrequenz des gekoppelten Systems experimentell ermittelt werden. Dafür wird der Sendeschwingkreis mit dem generierten Rechtecksignal angeregt. Der Empfängerschwingkreis wird für die Resonanzfindung kurzgeschlossen. Mit Hilfe eines Oszilloskops werden die Spannungssignale an Sendespule und Empfangsspule gemessen. Die Distanz zwischen den Spulen wird so gewählt, sodass sich eine kritische Kopplung einstellt. Eine kritische Kopplung liegt dann vor, wenn die Amplituden beider Spulenspannungen übereinstimmen. Bei $D = 54\text{ cm}$ befindet sich das System im kritisch gekoppelten Bereich. Durch variieren der Erregerfrequenz verändern sich die Amplituden der Spulenspannungen. Dies liegt daran, dass sich die Impedanz des Systems verändert und sich eine maximale Amplitude bei $\Im(z) = 0$ einstellt. Der experimentell gefundene Resonanzpunkt liegt bei $f = 413\text{ kHz}$ und soll weiter verwendet werden. Durch das Anschließen eines Verbrauchers verändert sich der Wert des Kopplungsfaktor k_{Kritisch} . Durch Variieren der Distanz kann eine Leistungsanpassung Γ_L/Γ erzielt werden.

5.2 Messergebnisse

Um die Effizienz der Leistungsübertragung zu bestimmen, wird eine Strommesszange verwendet um den effektiven Strom $I_{S,E}$ in der Sende- und Empfangsspule zu messen. Für die

Messung der effektiven Spannung U_L am Verbraucher wird ein Oszilloskop benutzt. Die empfangene Leistung berechnet sich mit $P_L = U_L \cdot I_L$. Die Sendeleistung lässt sich aus der eingestellten Spannung U_V am Netzteil und dem gemessenen Strom I_S am Sendekreis bestimmen $P_S = U_V \cdot I_S$. In Abbildung 5.1 ist die gemessene Effizienz über der Distanz D dargestellt. Es sollen zwei verschiedene Verbraucher angeschlossen werden um eine Verschiebung der kritischen Kopplung ersichtlich darzustellen. In Tabelle 5.1 sind die gemessenen Werte der Leistungsübertragung mit einer Glühbirne als Verbraucher und in Tabelle 5.2 mit einem $17\,\Omega$ Widerstand dargestellt.

Distanz (cm)	Sendeschwingkreis			Empfängerschwingkreis			η (%)
	U_V (V)	I_S (A)	P_S (W)	U_L (V)	I_L (A)	P_L (W)	
20	10	0.06	0.6	3.74	0.039	0.14	24.3
30	10	0.14	1.4	13.3	0.064	0.85	60.8
40	10	0.20	2.0	16.0	0.070	1.12	56.0
50	10	0.19	1.9	12.5	0.06	0.77	40.7
60	10	0.16	1.6	8.70	0.054	0.47	29.4
70	10	0.14	1.4	6.39	0.047	0.30	21.4
80	10	0.13	1.3	4.50	0.040	0.18	13.8
90	10	0.12	1.2	3.36	0.033	0.11	9.24
100	10	0.11	1.1	2.46	0.027	0.06	6.00

Tabelle 5.1 – Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis, Verbraucher: Glühbirne

Distanz (cm)	Sendeschwingkreis			Empfängerschwingkreis			η (%)
	U_V (V)	I_S (A)	P_S (W)	U_L (V)	I_L (A)	P_L (W)	
30	10	0.05	0.5	1.27	0.070	0.89	17.7
40	10	0.07	0.7	2.30	0.128	0.29	42.0
50	10	0.20	2.0	4.82	0.270	1.30	65.0
60	10	0.37	3.7	5.75	0.326	1.87	50.6
70	10	0.26	2.6	3.83	0.217	0.83	31.9
80	10	0.17	1.7	2.46	0.133	0.32	19.2
90	10	0.14	1.4	1.69	0.093	0.15	11.2
100	10	0.12	1.2	1.20	0.066	0.08	6.6

Tabelle 5.2 – Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis, Verbraucher: $17\,\Omega$

In Abbildung 5.1 sind die Effizienzkurven der zwei Verbraucher über die Distanz D dargestellt. Eine Verschiebung des Bereiches der kritischen Kopplung ist ersichtlich. Wird eine Glühbirne mit einem Widerstand von $R_{\text{Lampe}} \approx 70\,\Omega$ angeschlossen befindet sich die kritische Kopplung bei $D = 30\text{ cm}$, wohingegen sich bei dem $17\,\Omega$ Widerstand die kritische Kopplung bei $D = 50\text{ cm}$ befindet. Aus diesen Ergebnissen lässt sich schließen dass je kleiner die Dämpfungsrate Γ_L ist, umso größer wird auch die Reichweite einer Leistungsübertragung. Des Weiteren wird

ersichtlich, dass bei kleiner werdenden Distanzen die Effizienz abnimmt. Dieses Verhalten lässt sich durch die Frequenzspaltung im über-gekoppelten Bereich erklären.

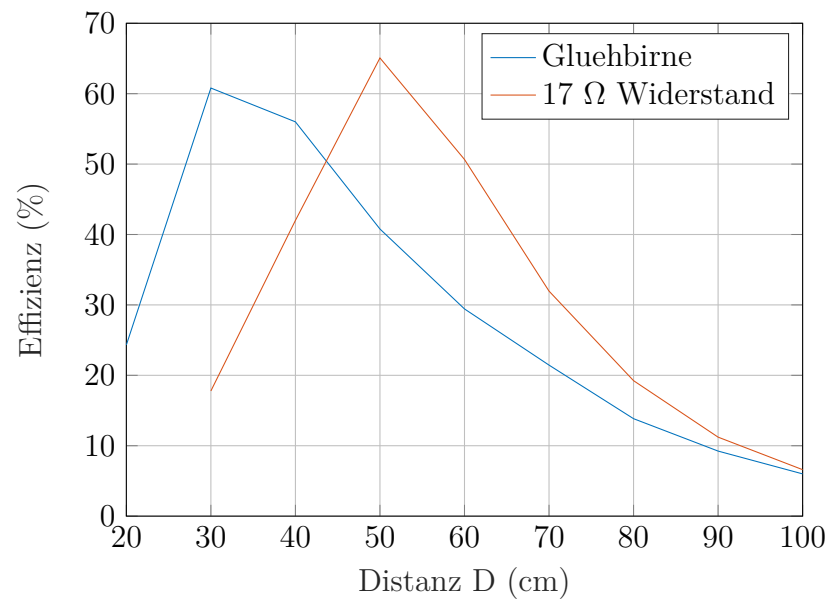


Abbildung 5.1 – Effizienz einer Leistungsübertragung über der Distanz D ohne Frequenzanpassung

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

Es soll nun noch eine Frequenzanpassung im über-gekoppelten Bereich erfolgen. Hierbei wird die Frequenz so lange geändert bis sich eine maximale Amplitude der Empfangsspannung auf die jeweilige Distanz eingestellt hat. Die Effizienzkurve mit einer Frequenzanpassung ist in Abbildung 5.2 illustriert. Aus den Messergebnissen wird ersichtlich, dass mit Hilfe einer Frequenzanpassung das Phänomen der Frequenzspaltung umgangen werden kann. Wird die Distanz größer, nimmt die Effizienz der Übertragung ab. Das System befindet sich hier in einem unter-gekoppelten Bereich. Eine Frequenzanpassung kann die Effizienz auf weitere Distanzen nicht verbessern, da die Resonanzfrequenz gleich bleibt. Der immer kleiner werdende Kopplungsfaktor k kann nicht mehr kompensiert werden. Die Güten der Resonatoren müssten größer sein um einen noch kleineren Kopplungsfaktor kompensieren zu können.

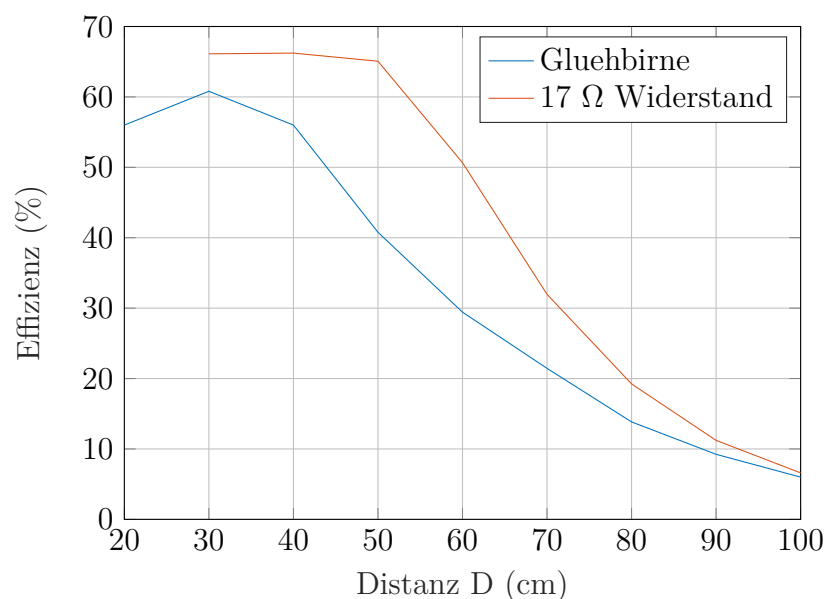


Abbildung 5.2 – Effizienz einer Leistungsübertragung über der Distanz D mit Frequenzanpassung

Quelle: Eigene Darstellung, Matlab R2015b

Durch ein Erhöhen der Sendeleistung soll in der letzten Messung mehr Leistung übertragen werden. Als Verbraucher wird die Glühbirne, aus den vorherigen Messungen, an die Empfängerspule angeschlossen und soll so platziert werden, dass das System sich im kritisch gekoppelten Modus befindet. In Tabelle 5.3 sind die Werte der Messung dargestellt. Es wird 19.4 W über 30 cm mit einem Wirkungsgrad von 52.15 % übertragen. Der Messaufbau ist in Abbildung 5.3 illustriert. Durch ein Wechseln auf leistungsstärkere MOSFETs könnte sich die Kapazität des Sendeschwingkreises geändert haben. Die Verschlechterung der Effizienz könnte davon beeinflusst werden.

Distanz (cm)	Sendeschwingkreis			Empfängerschwingkreis			η (%)
	U_V (V)	I_S (A)	P_S (W)	U_L (V)	I_L (A)	P_L (W)	
30	60	0.62	37.2	97	0.2	19.4	52.15

Tabelle 5.3 – Gemessene Werte an Sende- und Empfangsschwingkreis

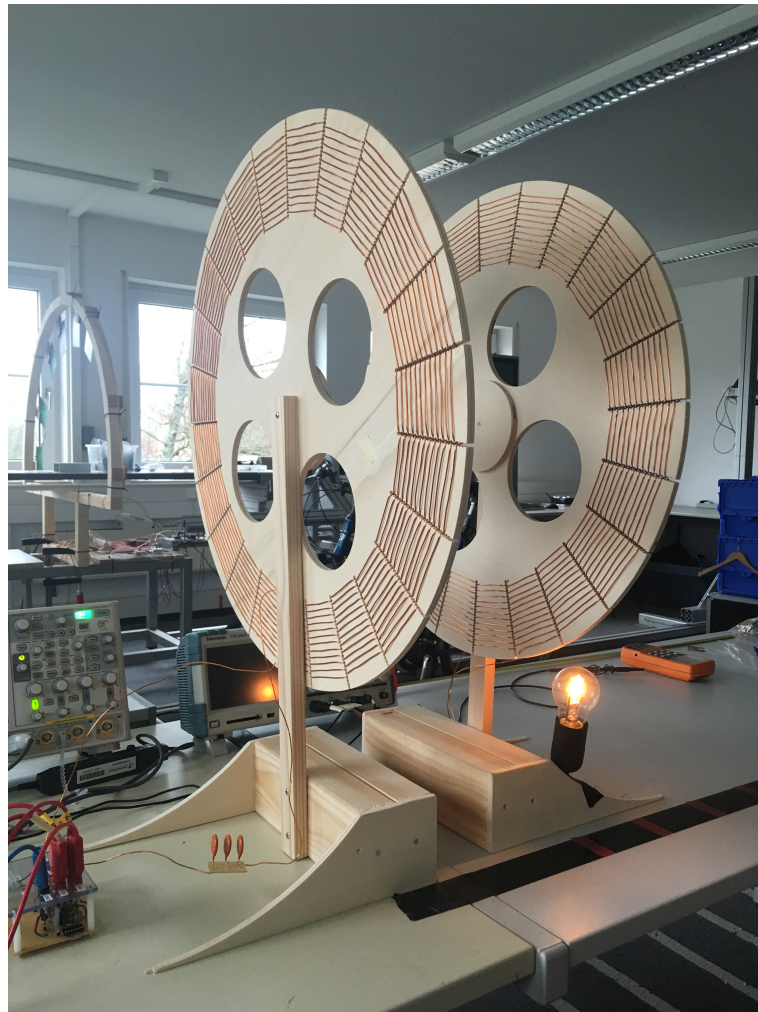


Abbildung 5.3 – Messaufbau mit Glühbirne als Verbraucher, 19.4 Watt mit 52.12 % Effizienz

Quelle: Eigene Darstellung

6

Problemstellungen

IN diesem Kapitel werden die Probleme die während der Behandlung dieses Themas aufgetreten sind beschrieben. Außerdem werden Verbesserungsmöglichkeiten der MOSFET-Treiberstufe und der Spider-Web Spule vorgestellt.

6.1 Sensibilität des Systems

Für eine effektive Leistungsübertragung ist der Betrieb in Resonanz essentiell. Kleinste Bauteiländerungen können eine Verschiebung der Resonanzstelle bewirken. Bei einer Anregung mit einer konstanten Frequenz hat dies zur Folge, dass die Resonanzstelle nicht mehr genau getroffen werden kann und sich das System nicht mehr rein reell verhält. Dies hat zur Folge dass sich auch die kritische Kopplung welche für eine Leistungsanpassung sorgt ändert. Bauteiltoleranzen oder Änderungen durch z.B. Erwärmung könnten sich sehr auf die Effizienz und Robustheit auf das System auswirken. Während den Messungen hat das System ein sensibles Verhalten gezeigt, welches nur mit einer adaptiven Leistungsanpassung oder Frequenzanpassung kompensiert werden kann. Das System benötigt ein Feedback Mechanismus um es automatisch zu justieren. Mit Hilfe einer adaptiven Frequenzanpassung im über-gekoppelten Bereich kann auch auf kürzere Distanzen die Effizienz verbessert werden, siehe Abbildung 5.2.

6.2 MOSFET - Treiberstufe

Bei der Inbetriebnahme kam es oft zum Defekt der MOSFETs und MOSFET-Treiber, was eine dauerhafte Leistungsübertragung beeinträchtigte. Dies könnte unter anderem daran liegen, dass die zwei in Serie geschalteten MOSFETs kurzfristig beide leitend sind und

einen Kurzschluss verursachen. Mit Hilfe einer aktiven Gateentladung könnte dieses Problem behoben werden. Zum anderen ist es wichtig, dass der Oszillator den Sendeschwingkreis so wenig wie möglich beeinflusst und somit die Resonanzfrequenz nicht verändert. Auch mit Hilfe eines optimalen Oszillators kann eine adaptive Anpassung erfolgen, ein nichtlinearer Resonanzkreis wie der Duffing Oszillator könnte dafür geeignet sein [16].

6.3 Spider-Web Spule

Spider Web Spulen zeigten sich in dieser Abschlussarbeit als gut geeignet für eine drahtlose Energieübertragung. Nichtsdestotrotz würde durch höhere Gütefaktoren der Spulen eine weitere Reichweite möglich sein. Durch eine Verkleinerung der parasitären Kapazitäten der Spule kann die Parallelresonanz weiter in den MHz-Bereich versetzt werden, was für einen langsameren Anstieg der Impedanzkurve im kHz-Bereich sorgt. Daraus folgt eine Vergrößerung der Güte und somit auch eine weitere Reichweite. Bei der ersten gewickelten Spule wurden die Windungen direkt nebeneinander platziert. Dies sorgte für eine hohe parasitäre Kapazität und Gütefaktoren von $Q_{\text{Spule 1}} = 70$. Um die Gütefaktoren zu verbessern wurden zwei neue Spulen gewickelt, bei denen die Windungen 7 mm voneinander platziert wurden. Die Gütefaktoren stiegen auf $Q_{\text{Spule 2}} = 180$. Das Verkleinern der parasitären Kapazität könnte noch weiter ausgeschöpft werden. Das Verwenden von Litze anstatt Draht könnte die ohmschen Verluste verringern und für eine verbesserte Effizienz sorgen. Des Weiteren würde eine Verkleinerung der Empfangsspule, sobald sie die gleiche Resonanzfrequenz wie der Sender besitzt, es ermöglichen die Empfängerpule auch in Geräten wie Drohnen oder Handys zu verbauen.

7

Fazit und Ausblick

IM Rahmen dieser Arbeit wurde eine drahtlose Energieübertragung mit Hilfe induktiver resonanter Kopplung modelliert, praktisch aufgebaut und optimiert. Zu Beginn wurde mit Hilfe der Coupled mode theory ein analytisches Modell aufgestellt, um das Verhalten eines gekoppelten Systems zu simulieren und zu analysieren.

Nach der Analyse des mathematischen Modells wurde die Spider-Web Spule angefertigt und das Frequenzverhalten gründlich untersucht. Durch verkleinern der parasitären Kapazitäten (vergrößern des Abstandes zwischen den einzelnen Windungen) konnte die Güte der Spulen optimiert werden. Um beide Spulen so identisch wie möglich aufzubauen wurden spezielle Schablonen aus Sperrholz mit Hilfe einer CNC-Fräse hergestellt. Mit den fertig installierten Schwingkreisen war es möglich eine Leistungsübertragung im stark gekoppelten Bereich, $k\sqrt{Q_S Q_E} \geq 1$, zu realisieren. Es wurde herausgefunden, dass bei dem Prinzip der magnetisch resonanten Kopplung die Spulen um eine bestimmte Distanz voneinander platziert werden müssen um die Effizienz der Leistungsübertragung zu optimieren. Der Punkt an dem sich die Effizienz maximiert wird als kritische Kopplung bezeichnet. Eine Verringerung des Abstandes zwischen den Spulen führte zu einer Verminderung der Effizienz. Der Grund der Effizienzabnahme liegt an der Eigenfrequenzspaltung des gekoppelten Systems. Durch eine Änderung der Erregerfrequenz wurde eine Abstimmung auf die Eigenfrequenz des Systems realisiert und eine Effizienzzunahme wurde aus den Messergebnissen ersichtlich. Eine adaptive Frequenzanpassung kann somit das Problem der Frequenzspaltung kompensieren.

Eine drahtlose Übertragung von 19.4 W konnte mit einer Effizienz von $\eta = 52\%$ über 30 cm realisiert werden. Der angeschlossene Verbraucher war hierbei eine Glühlampe. Die maximale Distanz, über die, mit einer Effizienz von $\eta = 6\%$, drahtlos Energie übertragen wurde, beträgt 100 cm. Durch eine Verringerung der ohmschen Last im Empfängerkreis konnte die Dämpfung vermindert werden und die kritische Kopplung auf 50 cm optimiert werden. Eine Energieübertragung mit Hilfe induktiver resonanter Kopplung ist nach den Erkenntnissen in dieser

Bachelor-Thesis noch keine nennenswerte Alternative zu einer kabelgebundenen Übertragung, da es bei größeren Distanzen nicht so effizient ist. Selbst mit einer Leistungsübertragung von 52 % über einen Abstand von 30 cm wird sich eine drahtgebundene Lösung als sinnvoller ergeben. Dennoch kann eine effizientere Übertragung über weitere Optimierungsmöglichkeiten der Spulen realisiert werden, wie auch schon vom MIT bewiesen wurde [11]. Wird dann noch die Erregerfrequenz adaptiv an die Eigenfrequenz angepasst, können Wirkungsgrade von 93 % erreicht werden, wenn auch nur auf wenige Zentimeter. Ein Elektroauto, Handy oder auch eine Drohne über eine induktiv resonante Kopplung zu laden wäre ein Komfort der mehrere Vorteile mit sich bringen würde. Da es heutzutage aber auch immer wichtiger wird sich über die Energieeffizienz unserer genutzten Systeme Gedanken zu machen, bringt eine drahtlose Leistungsübertragung über mehrere Meter keinen großen Vorteil wenn man dadurch mehr als 50 % der genutzten Leistung verliert. Die Methode bietet trotzdem ein großes Potential sobald die Distanz nicht zu weit zwischen Empfänger und Sender gewählt wird und sich somit auch größere Wirkungsgrade einstellen lassen können.

Literaturverzeichnis

- [1] WWW.MAKEARADIO.COM: *Spider-Web Coil*.
<http://makearadio.com/coils/spider.php>, . – [Online; accessed 21-02-2018]
- [2] WWW.WIKIPEDIA.DE: *Michael Faraday*.
https://de.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [3] WWW.WIKIPEDIA.DE: *Elektromagnetische Induktion*.
https://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische_Induktion, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [4] WWW.WIKIPEDIA.DE: *Lenz'sche Regel*.
https://de.wikipedia.org/wiki/Lenzsche_Regel, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [5] WWW.WIKIPEDIA.DE: *Induktivität*.
<https://de.wikipedia.org/wiki/Induktivit%C3%A4t>, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [6] STINY, Leonhard: *Passive elektronische Bauelemente, Aufbau, Funktion, Eigenschaften, Dimensionierung und Anwendung, 2 Auflage*. Springer Verlag, 2014
- [7] WIKIPEDIA, DIE FREIE ENZYKLOPÄDIE: *Schwingkreis*.
<https://de.wikipedia.org/wiki/Schwingkreis/>, . – [Online: accessed 11-Oktober-2017]
- [8] MOELLER, Dr. F.: *Versuche zur elektrischen Resonanz mit hochfrequenten und niederfrequenten Wechselströmen*. Verlag von Julius Springer, 1937
- [9] WIKIPEDIA, DIE FREIE ENZYKLOPÄDIE: *Gütefaktor*.
<https://de.wikipedia.org/wiki/Gütefaktor>, . – [Online; accessed 12-Oktober-2017]
- [10] AGBINYA, Johnson I.: *Wireless Power Transfer 2nd Edition*. River Publishers

-
- [11] KURS, André: Power Transfer Through Strongly Coupled Resonances. In: *Massachusetts Institute of Technology* (2007)
- [12] F.Z. SHEN, W.Ma J.T. Huangfu L.X. R. W.Z. Cui C. W.Z. Cui: Circuit Analysis of Wireless Power Transfer by "Coupled Magnetic Resonance". In: *Department of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University*
- [13] WWW.ELEKTRONIK-KOMPENDIUM.DE: *Skin Effekt*.
<https://www.elektronik-kompodium.de/sites/grd/1102141.htm>, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [14] WWW.ELEKTRISOLA.COM: *Proximity-Effekt*.
<http://www.elektrisola.com/de/hf-litze/produkte/begriffe-grundlagen/technische-grundlagen-und-berechnung.html>, . – [Online; accessed 11-02-2018]
- [15] ROSA, Edward B. ; GROVER, Frederick W.: Formulas and Tables for the calculation of mutual and self-inductance.
- [16] WANG, Xiaoyu: High Efficiency and High Sensitivity Wireless Power Transfer and Wireless Power Harvesting Systems. In: *The University of Michigan* (2016)